

2.3. МЕРЕЖНІ ГРАФИ. КРИТИЧНИЙ ШЛЯХ

Визначення PERT-графа. Топологія «вершини-роботи». Топологія «дуги-роботи». Алгоритми перетворення з однієї топології в іншу. Ранні початки робіт. Пізні початки робіт. Резерви часу у вершинах PERT-графа. Критичний шлях PERT-графа.

Одне із перших застосувань, коли для обробки графів застосовувалися ЕОМ, було зв'язано зі складанням розкладів з використанням широко відомих методів PERT (Program Evaluation and Review Technique – метод перегляду й оцінки програм) і СРМ (Critical Path Method – метод критичного шляху). У вітчизняній термінології такі графи отримали назву сіткових або мережних графіків (МГ). Але мова йде не про вільні мережні графи, а про орієнтовані, що мають ще певні властивості.

Орієнтовані графи є досить адекватною моделлю відображення складних взаємозалежностей великої кількості робіт (НДР, ДКР, будівництво корабля, греблі й т. д.). Формально PERT-граф є кінцевим оргграфом без контурів або циклів, у якому мається тільки одна вершина – джерело, напівступінь заходу якої дорівнює нулю) і одна вершина – стік, напівступінь якої дорівнює нулю. Це – зважений граф, тобто ребру відповідає, наприклад, час виконання роботи, трудомісткість виконання роботи тощо.

Шляхом обробки СГ можна обчислити для всіх робіт ранні початки робіт (TE_j), тобто найбільш ранній можливий час їхнього виконання (раніш не можна, тому що не завершена жодна з попередніх робіт). Вони обчислюються за такими формулами:

$$TE_1=0;$$

$$TE_j=\max\{L_{ij}\}, n \geq j > 1.$$

де L_{ij} позначає сумарну тривалість часу для шляху із вершини V_1 до вершини V_j , а максимум береться з усіх можливих шляхів.

На рис. 2.8 представлено приклад PERT-графа, а нижче обчислення для TE_j .

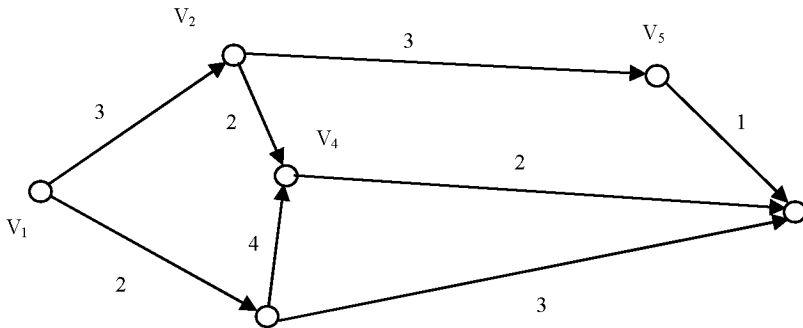


Рис. 2.8. Приклад PERT-графа

Застосовуючи формули для визначення ранніх початків робіт, отримаємо такі результати (табл. 2.2).

Таблиця 2.2

Ранні початки робіт для PERT-графу на рис. 2.8

V1	TE1=0
V2	TE2=max{3}-3
V3	TE3=max{2}
V4	TE4=max{(3+2), (2+4)}-6
V5	TE5=max{(3+3)}-6
V6	TE6=max{(3+3+1), (3+2+2), (2+4+2), (2+3)}-8

Далі ми можемо обчислити найбільші пізні початки робіт TL_j (пізніше не можна без зриву кінцевого терміну). Вони обчислюються за такими формулами:

$$TL_n = TE_n$$

$$TL_j = TE_n - \max\{L_{jn}\}, 1 \leq j < n.$$

Нижче наводяться обчислення для TL_j в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3

Пізні початки робіт для PERT-графу на рис. 2.8

V6	TL6 = 8 - max{(3+3+1), (3+2+2), (2+4+2), (2+3)} = 8-8=0
V5	TL5 = 8 - max{1} = 8-1=7
V4	TL4 = 8 - max{2} = 8-2=6
V3	TL3 = 8 - max{(4+2), 3} = 8-6=2
V2	TL2 = 8 - max{(3+1), (2+2)} = 8-4=4
V1	TL1 = 8 - max{(3+3+1), (3+2+2), (2+4+2), (2+3)} = 8-8=0

Ще однією з характеристик СГ є вільний час вершин (резерв часу) FT_j . Він обчислюється за формулою:

$$FT_j = TL_j - TE_j.$$

Критичним шляхом у СГ називається будь-який шлях, де у всіх вершин $TL_j = TE_j$ або $FT_j = 0$. Цей шлях називається критичним тому, що будь-яка затримка на цьому шляху на t одиниць часу викликає затримання терміну закінчення всіх робіт також на t одиниць часу.

Результати розрахунків тимчасових характеристик мережного графіка, представленого на рис. 2.8, зведені в таблицю 2.4.

Таблиця 2.4

Результати обчислень часових характеристик графу рис. 2.5

V ₁	1	2	3	4	5	6
TE _j	0	3	2	6	6	8
TL _j	0	4	2	6	7	8
FT _j	0	1	0	0	1	0

Структури та організація даних в ЕОМ

Із таблиці бачимо, що критичний шлях проходить через вершини 1, 3, 4, 6.