4.1.2. Способи обчислення середньої арифметичної

Обчислення середньої арифметичної варіаційного ряду за наведеною формулою може бути досить трудомістким у випадках значної кількості варіант. Тоді застосовується деякі спрощені способи. Основні з них наступні.

Спосіб умовної середньої. Цей спосіб полягає в тому, що значення однієї з варіант (будь-якої) приймається умовно за середню величину варіант даного ряду розподілу. Від цієї варіанти ($A_{ум}$) вліво і вправо від неї (або догори і вниз) по ряду розподілу обчислюється відхилення (різниця) значення кожної варіанти від значення обраної варіанти. Якщо значення варіант будуть розміщені у наростаючому порядку, то результати, що розмістяться ліворуч від умовного середнього будуть мати знак "мінус", а праворуч – "плюс". Між значеннями різниці (a) і частотою (p) кожної варіанти (x) визначаються добутки (pa), які також будуть зі знаками "мінус" і "плюс". Ці добутки сумуються (Σpa). Після цього знаходиться середнє арифметичне значення (x) як:

$$\sigma = \frac{\sum(\overline{x} - x_i)}{n-1}.$$

Приклад. Для визначення середньої кількості гілок в кільцях сосни досліджено 236 кілець, в яких зафіксовано від 4 до 10 гілок (тобто 4, 5, 6, ... і т.д.). Розподіл 236 кілець за кількістю гілок (тобто частота – p) показав, що з відповідною кількістю гілок (від 4 до 10) зустрічалось від 10 до 64 кілець (табл. 2).

За одержаними даними проведені наступні операції:

1) складено ранжирований варіаційний ряд;
2) визначено умовну середню;
3) обчислено відхилення кожної варіанти від умовного середнього ($a = x - A_{ум}$);
4) обчислено добуток частоти (p) на a (pa) по кожній варіанті;
5) обчислено сумарне значення $\Sigma\, pa$;

6) визначено середнє арифметичне значення *x*.

Спосіб підсумування. Цей спосіб полягає в наступному. З протилежних кінців ряду розподілу до умовної середньої ($A_{ум}$) здійснюється підсумування частот (p). Ці дві частоти варіаційного ряду звуться неповними рядами накопичення частот.

$$\bar{x} = A + \frac{\sum pa}{n} = 7 + \frac{-59}{236} = 7 - 0{,}25 = 6{,}75$$

де $A_{ум}$ – умовна середня, d – різниця між сумами першого і другого неповних рядів накопичених частот одержаних кумуляцією частот з протилежних кінців варіаційного ряду до умовної середньої (A), n – загальне число варіант в даній сукупності.

В нашому прикладі

Таблиця 2. Приклад розрахунку середньої арифметичної із застосуванням її умовного значення

Номер операції	Назва операції	Кількість гілок в кільці						
		4	5	6	7	8	9	10
1	Варіанти (x) Частоти (p)	4 25	5 25	6 52	7 48	8 64	9 12	10 10
2	Визначення умовної середньої варіанти				$A_{ум}$			
3	Обчислення відхилення: $a = x - A$	– 3	– 2	– 1	0	+ 1	+ 2	+ 3
4	Обчислення добутку: pa	– 75	– 50	– 52	0	+ 64	+ 24	+ 30
5	Обчислення сумарних	– 177				+ 118		
	значень: Σ pa	Σ pa = – 59						
6	Визначення середнього арифметичного							

У наведених вище способах обчислювання середнього арифметичного значення ряду розподілу застосовувалась величина, що являє собою різницю між будь-якою варіантою (x) і середнім значенням ряду розподілу (x). За середнє значення ряду розподілу приймалось умовне середнє ($A_{ум}$). Це – окремий випадок визначення різниці: $a = x - A_{ум}$ (або $A_{ум} - x$). Отже, в узагальненому визначенні ця різниця буде мати вигляд

$$\overline{x} = A_{ум} + \frac{d}{n},$$

Середнє значення цих різниць, одержане як

$$\overline{x} = 7 + \frac{-102 + 86}{236} = 7 + \left(-\frac{16}{236}\right) = 7 - 0{,}07 = 6{,}93.$$

зветься моментом розподілу варіаційного ряду. Причому, замість x можна взяти будь-яке довільне число.

Отже, *момент розподілу варіаційного ряду є середні величини відхилень варіант ряду від будь-якого числа*.

Для визначення моменту $a = x - \overline{x}.$ розподілу можуть бути застосовані: значення середньої арифметичної ряду розподілу (x), усяке довільне число (A) або 0 (нуль). В залежності від того, яке значення обрано для порівняння, моменти розподілу розрізняють на:

1. Центральний момент розподілу (M) – коли для порівняння значень варіант застосовується значення середнього арифметичного цього ряду розподілу. Цей момент розподілу позначається літерою M і визначається за формулою

$$\frac{\sum pa}{n},$$

2. Умовний момент розподілу, коли для його визначення застосовується будь-яке число. Цей момент розподілу позначається літерою b і визначається за формулою

$$M_{\alpha} = \frac{\sum p(x - \overline{x})}{n}.$$

3. Початковий момент розподілу, коли для його визначення застосовується 0 (нуль). Цей момент позначається літерою m і визначається за формулою

$$b = \frac{\sum p(x - A)}{n} = \frac{\sum pa}{n}.$$

Як бачимо, початковий момент розподілу є одним з варіантів умовного моменту.

Для характеристики окремих особливостей рядів розподілу використовуються моменти розподілу, піднесені до різних степенів. Тоді відповідно вони звуться: момент першого порядку, момент другого порядку, момент третього порядку і т.д.

$$m = \frac{\sum p(x - 0)}{n} = \frac{\sum px}{n}.$$