УДК 514:12

Кутковецький В. Я.,
д-р техн. наук, професор кафедри комп'ютерної інженерії,
e-mail: kb@chmnu.edu.ua,
ЧНУ ім. Петра Могили, м. Миколаїв, Україна,
Турти М. В.,
канд. техн. наук, доцент кафедри електрообладнання суден,
e-mail: turtym@meta.ua,
НУК ім. Макарова, м. Миколаїв, Україна,

ОДНОВИМІРНА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ БАГАТОВИМІРНОГО ПРОСТОРУ ДЛЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ЧІТКИХ АБО ОДНОЗНАЧНИХ НЕЧІТКИХ ОЦІНОК ВИХІДНИХ ФУНКЦІЙ

Одновимірна аналітична геометрія дозволяє візуалізувати розкладену у математичний ряд вихідну функцію зі зміною знаків вхідних змінних та виходу в чіткій або нечіткій багатовимірній системі координат в абсолютних одиницях

$$F^0 = \sum_{j=0}^{n} w_j x_j^0,$$

де w_j – вагові позитивні коефіцієнти; $X^0 = (x^0_0, x^0_1, x^0_2, \ldots, x^0_j, \ldots, x^0_n)$ – вектор вхідних позитивних чи негативних змінних x^0_j (в абсолютних одиницях); $j = 0, 1, 2, \ldots, n$ – порядкові номери.

Межові значення (у загальному випадку – різних знаків) вхідних змінних $x^0_j = -x^{0min}_j \ldots +x^{0max}_j$ та функції мети $F^0 = -F^{0min} \ldots +F^{0max}$ визначаються експертом і уточнюються у процесі аналізу. Функція виходу в абсолютних одиницях F^0 спочатку перетворюється на функцію у відносних одиницях:

$$F = F^0 / F_m = \sum_{j=0}^{n} \frac{X_{xj}\lambda_j m_j w_j}{F_m} \frac{x_j^0}{X_{xj}} = \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{X_{xj}}{F_m}\lambda_j m_j w_j x_j\right),$$

де F_m – максимальне значення модуля функції мети F^0, дорівнює одному з його межових значень; X_{xj} – максимальне можливе значення модуля змінної x^0_j, дорівнює одному з її межових значень; $x_j = x^0_j / X_{xj}$ – змінна у відносних одиницях; $\lambda_j = 0,7 \ldots 1,3$ – штучно введений експертом коефіцієнт, який в теорії нечіткої логіки ураховує вплив на змінні x_j та на вихід F нечіткості поточних значень універсуму та нечітких множин; $m_j = 0,7 \ldots 1,3$ – штучно введений експертом коефіцієнт, який ураховує вплив на змінні x_j та на вихід F якості отриманої інформації вхідних чітких чи нечітких змінних x^0_j, а потім функція мети F перетворюється для візуалізації на ***середнє арифметичне зважене зі зміною знаків даних*** *за формулою:*

$$F^C = \frac{1}{\sum_{j=0}^{n}|w_j|} \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{X_{xj}}{F_m}\lambda_j m_j w_j x_j\right) = -1 \ldots +1.$$

Для нечітких систем всі розрахунки виконуються лише на числовій основі: перетворення числових значень у лінгвістичні з мірою впевненості є виключенням і виконується лише за вимогою експерта для уточнення результатів досліджень.

Розглянутий аналіз дозволяє візуалізувати лише ***нескладні геометричні образи*** *багатовимірного простору (точку; позитивний, негативний та позитивно-негативний відрізки), але він охоплює достатньо широкий клас задач, розв'язку яких потребує практика.*

Ключові слова*: одновимірна аналітична геометрія багатовимірного простору; зміна знаків даних; візуалізація; інтелектуальна система прийняття рішень; однозначна нечітка логіка; аналіз нечітких систем.*

Постановка проблеми. Відома одновимірна аналітична геометрія багатовимірного простору [1] використовує Паралельні Координати, які першим запропонував д'Окань [2]. Але одновимірна аналітична геометрія [1] дозволяє перетворювати для візуалізації згорнуту оцінку розкладеної у ряд складної вихідної функції F^0 (X^0), де $X^0 = (x^0_0, x^0_1, x^0_2, \ldots, x^0_j, \ldots, x^0_n)$ – вектор вхідних змінних у абсолютних одиницях, при умові, що вхідні змінні вектора X^0 та вихід F^0 можуть мати лише позитивні числові значення. Позитивність вхідних змінних вектора X^0 та виходу F^0 не завжди є зручною. Тому нижче розглядається візуалізація розкладеної у математичний ряд складної вихідної функції F^0 для випадку, коли і вхідні змінні x^0_j, j = 0, 1, 2, …, n, і вихід F^0 можуть мати довільні знаки.

У фаховій літературі за статистикою справедливо вказано, що середнє арифметичне потрібно обережно використовувати через занадто великий вплив «великих відхилень» (наприклад, у вибірці з прибутку «1, 2, 2, 3, 10» середнє арифметичне дорівнює «4, 5», але чотири значення з п'яти мають нижчий прибуток). У даному випадку «середнє значення» розглядається не з точки зору статистики і соціальних умов, а у суто математичному сенсі.

Одновимірна функція мети F^0 (X^0), де $X^0 = (x^0_0, x^0_1, x^0_2, \ldots, x^0_j, \ldots, x^0_n)$ – вхідний вектор з цифровими змінними x^0_j, j = 0, 1, 2, …, n, використовується для технічних, організаційних та інтелектуальних систем прийняття рішень з метою їхньої оптимізації, оцінки ефективності та безпеки, прийняття рішень, класифікації та порівняння. Значення x^0_j вектора X^0 розглядаються як реальні змінні, або згорнуті (агреговані, об'єднуючі) показники, отримані на основі математичних формул, логічних, алгоритмічних і експертних висновків та інших засобів узагальнення даних. Багатовимірність і ускладнення інтелектуальних систем прийняття рішень вимагає подальшого удосконалення їхнього аналізу з урахуванням як позитивно так і негативно впливаючих даних на вихід при розширенні геометричної візуалізації інформації, яка краще сприймається людиною у порівнянні з текстом [3].

Аналіз досліджень та публікацій. Історично Паралельні Координати, в яких виконується подальший аналіз, були запропоновані ***Ф. М. д'Окань (1885)*** [2]. Але практично Паралельні Координати були застосовані ***А. Інсельбергом (1977–1990)*** [4–6], який використав їх для візуалізації традиційних фігур аналітичної геометрії, а також для аналізу процесів у середовищі «DataMining», у медицині, фінансах, торгівлі, алгоритмі уникнення зіткнення літаків, статистиці та ін.

Візуалізація точки у багатовимірному просторі за А. Інселбергом показана на рис. 1, на якому в евклідовій площині на взаємно перпендикулярних осях (Y, X) відображено:

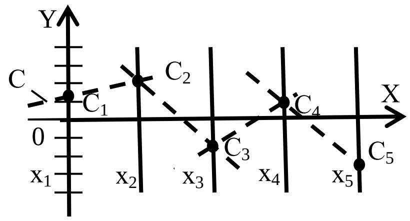

Рис. 1. Візуалізація в Паралельних Координатах $X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ положення точки $C = (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5)$ за допомогою ламаної штрихової лінії C [4 – 6].

– на осі Y вказаний масштаб для всіх осей координат $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$;

– вздовж осі X на рівних відстанях паралельно розміщені лінії осей координат $X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$. На кожній з цих ліній відмічають відповідне цифрове значення координати точки $C = (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5)$. Помічені точки сусідніх координат з'єднують штриховими лініями.

В результаті ламана штрихова лінія $C = (C_1 – C_2 – C_3 – C_4 – C_5)$ візуалізує положення точки $C = (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5)$ у Паралельних Координатах $X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$.

Прикладами узагальнених візуальних геометричних оцінок багатовимірних образів можуть бути ***нормовані діаграми (НД)*** [7; 8], які поряд з візуалізацією виконують графоаналітичне моделювання. Отримані при цьому узагальнюючі діаграми призначені для візуалізації і моделювання вихідної функції мети складної ієрархічної системи прийняття рішень та окремих її частин.

Для нормованої діаграми (НД) числові значення вимірів змінних $p_j = 0\ldots1$, j = 1, 2, …, n, відображають висотою колонок у межах $p_j = 0\ldots1$, а ваговий коефіцієнт α_j для j-ої змінної p_j задає експерт і візуально дорівнює ***ширині окремої колонки*** при підсумку ширини всіх колонок $\sum_{j=1}^{n}\alpha_j = 1$ (рис. 2).

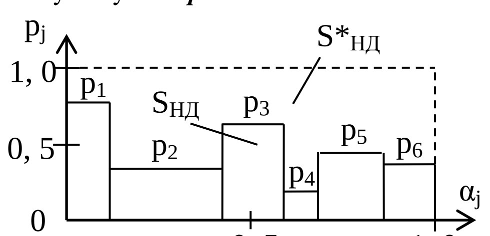

Рис. 2. Загальний вигляд нормованої діаграми (НД).

Таким чином, чітко розрахований або суб'єктивно оцінений експертом внесок змінної $p_j = 0\ldots1$ в згорнуту оцінку у вигляді добутку $\alpha_j p_j$ візуально дорівнює площі окремої колонки з висотою $p_j = 0\ldots1$ та шириною колонки (ваговим коефіцієнтом) α_j при

$\sum_{j=1}^{n} \alpha_j = 1$, а площа всіх колонок дорівнює *згорнутій оцінці НД:*

$$S_{НД} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j p_j \quad . \tag{1}$$

Максимальне можливе значення $S_{НД}$ для НД за формулою (1) дорівнює $S^*_{НД} = 1 \cdot \sum_{j=1}^{n} \alpha_j = 1$, тому, що при максимальній величині p_j = 1 = const, підсумок ширини всіх колонок $\sum_{j=1}^{n} \alpha_j = 1$.

До недоліків формули (1) відноситься вимога позитивності змінних.

Основна частина. ***Теоретична основа одновимір-ної візуалізації згорнутих оцінок багатовимірних образів аналітичної геометрії*****.** У аналітичній геометрії в просторі змінних візуалізуються і відображуються формулами різноманітні геометричні фігури. У такому випадку аналізуються не лише геометричні фігури (наприклад, оцінки фігур на основі відповідних формул їхнього об'єму, площі та ін.), але й згорнуті оцінки будь-яких багатовимірних образів, об'єктів чи процесів, які описують інтелектуальні, проектні, технічні та інші системи зі складною згорнутою оцінкою багатовимірного простору в абсолютних одиницях F^0 (X^0), де $X^0 = (x^0_0, x^0_1, x^0_2, \ldots, x^0_j, \ldots, x^0_n)$ – вектор вхідних позитивних чи негативних змінних x^0_j; j = 0, 1, 2, …, n – порядкові номери.

Одновимірна аналітична геометрія дозволяє візуалізувати отриману як математичний ряд вихідну функцію зі зміною знаків вхідних змінних x^0_j та виходу F^0 в чіткій або нечіткій багатовимірній системі координат в абсолютних одиницях:

$$F^0 = \sum_{j=0}^{n} w_j x_j^0 \quad , \tag{2}$$

де w_j – вагові позитивні коефіцієнти; $X^0 = (x^0_0, x^0_1, x^0_2, \ldots, x^0_j, \ldots, x^0_n)$ – вектор вхідних позитивних чи негативних змінних x^0_j (в абсолютних одиницях); j = 0, 1, 2, …, n – порядкові номери.

При цьому під нечітким рядом (2) розуміємо математичний ряд, який отримується для опису однозначних нечітких систем [9] (тут термін «однозначність» означає однозначне, синонімальне перетворення лінгвістичної змінної з мірою впевненості у число та навпаки). Згідно теорії однозначної нечіткої логіки для однозначних нечітких систем прийняття рішень без застосування методів фаззифікації та дефаззифікації вихідна функція у вигляді математичного ряду отримується на основі методу найменших квадратів або для окремих інформаційних модулів або для всієї системи [9]. У результаті порівнянні з методом Л. Заде [10] суттєво спрощуються розрахунки і підвищується швидкодія системи прийняття рішень.

Для формули (2) експерт задає межові значення (у загальному випадку – різних знаків) вхідних змінних $x^0_j = -x^{0min}_j \ldots +x^{0max}_j$ і по ним визначає граничні величини функції мети $F^0 = -F^{0min} \ldots +F^{0max}$, які можуть уточнюватись у процесі аналізу. Функція виходу (2) спочатку перетворюється на функцію у відносних одиницях

$$F = F^0 / F_m = \sum_{j=0}^{n} \frac{X_{xj} \lambda_j m_j w_j}{F_m} \frac{x_j^0}{X_{xj}} = \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{X_{xj}}{F_m} \lambda_j m_j w_j x_j\right) \quad , \tag{3}$$

де F_m – максимальне значення модуля функції мети F^0, дорівнює одному з його межових значень; X_{xj} – максимальне можливе значення модуля змінної x^0_j, рівне одному з її межових значень; $x_j = x^0_j / X_{xj}$ – змінна у відносних одиницях; λ_j = 0, 7…1, 3 – штучно введений експертом коефіцієнт, який у теорії нечіткої логіки ураховує вплив на змінні x_j та на вихід F нечіткості поточних значень універсуму та нечітких множин; m_j = 0, 7…1, 3 – штучно введений експертом коефіцієнт, який ураховує вплив на змінні x_j та на вихід F^0 якості отриманої інформації вхідних чітких чи нечітких змінних x^0_j.

Штучно введений експертом коефіцієнт m_j = 0, 7…1, 3 ураховує в інтелектуальних системах вплив на точність змінних x_j та виходу F^0 якості і точності виміряних вхідних змінних (за застосованими методами виміру, за довірою до джерела інформації), які можуть поточно змінюватись.

Штучно введений експертом коефіцієнт λ_j = 0, 7…1, 3 ураховує в інтелектуальних системах вплив на точність змінних x_j та виходу F^0 загальної кількості нечітких множин в універсумі, їх узгодженість по різних осях, об'єм нечітких множин всередині універсуму.

Введені коефіцієнти m_j та λ_j дають можливість експерту оперативно корегувати поточні дані аналізу.

Функція мети F за формулою (3) перетворюється для візуалізації на ***середнє арифметичне зважене зі зміною знаків даних*** за формулою:

$$F^C = \frac{1}{\sum_{j=0}^{n} |w_j|} \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{X_{xj}}{F_m} \lambda_j m_j w_j x_j\right) = -1 \ldots +1. \tag{4}$$

Від відомого середнього арифметичного зваженого формула (4) відрізняється можливістю зміни знаку як вхідних змінних x_j так і виходу F^C.

Для нечітких систем всі розрахунки виконуються лише на числовій основі: перетворення числових значень у лінгвістичні з мірою впевненості є виключенням і виконується лише за вимогою експерта для уточнення результатів досліджень.

Розглянутий аналіз дозволяє візуалізувати лише **нескладні геометричні образи** багатовимірного простору (точку; позитивний, негативний та позитивно-негативний відрізки), але він охоплює достатньо широкий клас задач, розв'язку яких потребує практика.

Приклад**.** Розглянемо при умовах λ_j = 1 та m_j = 1 аналіз деякої інтелектуальної системи із розкладеною у ряд функцією мети в абсолютних одиницях:

$$F^0 = -24 + 2x_1^0 - x_2^0 + 4x_3^0 - 10x_4^0. \tag{5}$$

Межові значення змінних $x^0_j = -x^{0min}_j \ldots +x^{0max}_j$ визначені експертом і задані в табл. 1.

Таблиця 1

Межові значення в абсолютних одиницях $x^0_j = - x^{0min}_j .. . + x^{0max}_j$ та $F^0 = - F^{0min} … + F^{0max}$

Позначення змінних та виходу	x^0_0	x^0_1	x^0_2	x^0_3	x^0_4	F^0
Мінімальні межові значення $– x^{0min}_j$, F^{0min}	+1	–5	–8	–6	–2	–95
Максимальні межові значення $+x^{0max}_j$, F^{0max}	+1	+10	+7	+4	+3	+40
Найбільший модуль	$X_{x0} = 1$	$X_{x1} = 10$	$X_{x2} = 8$	$X_{x3} = 6$	$X_{x4} = 3$	$F_m = 95$

Мінімальне та максимальне межові значення функції мети $F^0 = –F^{0min}… +F^{0max}$ розраховуються експертом підставкою у формулі (5) заданих межових значень змінних x^0_j згідно табл. 1. Наприклад, мінімальне межове значення функції мети дорівнює:

$F^{0min} = –24 (+1) + 2 (–5) – 1 (+7) + 4 (–6) – 10 (+3) = –95.$

Переведемо функцію мети F^0 за формулою (5) у відносні одиниці:

$$F = \frac{F^0}{F_m} = -\frac{24}{95} + \frac{2}{95}x_1 - \frac{1}{95}x_2 + \frac{4}{95}x_3 - \frac{10}{95}x_4 =$$

$$= -0{,}253 + 0{,}21x_1 - 0{,}0842x_2 + 0{,}253x_3 - 0{,}316x_4, \qquad (6)$$

звідки підсумок вагових коефіцієнтів дорівнює:

$$w_\Sigma = \sum_{j=0}^{n} |w_j| = 0{,}253 + 0{,}21 + 0{,}0842 + 0{,}253 + 0{,}316 = 1{,}1162.$$

Межові значення табл. 1 відображені у відносних одиницях x_j та F у табл. 2.

Таблиця 2

Межові значення x_j та F у відносних одиницях

Позначення змінних та виходу	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	**F**
Негативне межове значення x_j та F	+1	–0, 5	–1	–1	–0, 667	–1
Позитивне межове значення x_j та F	+1	+1	+0, 875	+0, 667	+1	+0, 421
Найбільший модуль x_j та F	1	1	1	1	1	1

Формула (6) сама собою може бути застосована для аналізу конкретної вихідної функції, але для різних інтелектуальних систем прийняття рішень порівняння вихідних функцій потрібно виконувати по «середньому арифметичному зваженому зі зміною знаків даних» за формулою (4), згідно з якою формула (6) у відносних одиницях (з урахуванням рівності $X_{xj}/F_m = 1/1 = 1$) для розглядуваного прикладу набуває вигляду

$$F^C = \frac{1}{\sum_{j=0}^{n}|w_j|}\sum_{j=0}^{n} w_j x_j = \frac{-0{,}253 + 0{,}21x_1 - 0{,}0842x_2 + 0{,}253x_3 - 0{,}316x_4}{0{,}253 + 0{,}21 + 0{,}0842 + 0{,}253 + 0{,}316} =$$

$$= -0{,}227x_0 + 0{,}188x_1 - 0{,}0754x_2 + 0{,}227x_3 - 0{,}283x_4. \qquad (7)$$

Підсумок абсолютних значень отриманих вагових коефіцієнтів у рівнянні (7) повинен дорівнювати одиниці:
$\sum_{j=0}^{n}|w_j| = 0{,}227 + 0{,}188 + 0{,}0754 + 0{,}227 + 0{,}283 = 1{,}0004.$

Перевірка. *За формулою (7) поданою у табл. 2 розрахуємо найбільше за модулем від'ємне значення функції мети.*

$$F^{C\min} = -0{,}227x_0 + 0{,}188x_1 - 0{,}0754x_2 + 0{,}227x_3 - 0{,}283x_4 = -0{,}227(+1) + 0{,}188(-0{,}5) -$$
$$- 0{,}0754(+0{,}875) + 0{,}227(-1) - 0{,}283(+1) = -0{,}897. \qquad (8)$$

За значенням формули (8) перевіримо величину мінімального моменту.

$$F^{0\min} = F^{C\min} w_\Sigma F_m = (-0{,}897)\cdot 1{,}1162\cdot 95 = -95{,}1 \approx -95.$$

За формулою (7) поданою у табл. 2 розрахуємо найменше за модулю позитивне значення функції мети

$$F^{C\max} = -0{,}227x_0 + 0{,}188x_1 - 0{,}0754x_2 + 0{,}227x_3 - 0{,}283x_4 = -0{,}227(+1) + 0{,}188(+1) -$$
$$-0{,}0754(-1) + 0{,}227(0{,}667) - 0{,}283(-0{,}667) =$$
$$= -0{,}227 + 0{,}188 + 0{,}0754 + 0{,}151 + 0{,}189 = 0{,}369. \qquad (9)$$

За значеннями формули F^{Cmax} = 0, 369 перевіримо величину мінімального за модулем позитивного моменту

$$F^{0\max} = F^{C\max} w_\Sigma F_m = (+0{,}369)\cdot 1{,}1162\cdot 95 = +39{,}1 \approx +40.$$

Візуалізацію геометричного образу згорнутої одновимірної нечіткої вихідної оцінки інтелектуальної системи F^{Cmax} = 0, 369 наводимо на рис. 3 за формулою (7) і даними табл. 2 при вагових коефіцієнтах: w_0 = –0, 227; w_1 = 0, 188; w_2 = 0, 0754; w_3 = 0, 227; w_4 = 0, 283.

На рис. 3 відображені: по осі ординат – геометрична візуалізація змінних x_j за даними табл. 2; по осі абсцис – значення вагових коефіцієнтів w_j за даними формули (7) (їхній підсумок дорівнює 1); у вигляді площ – складові функції мети w_jx_j. Мінімальне за модулем значення функції мети F^{Cmin} = 0, 369 проведене штриховою жирною лінією таким чином, що підсумок площин добутків w_jx_j над і під штриховою жирною лінією F^{Cmin} = 0, 369 є рівними між собою. При цьому за формулою (8) змінна x_0 = +1забезпечує від'ємну складову, а змінні $x_2 = -1$ та $x_4 = -0,667$ забезпечують позитивні складові (на рис. 3 площі добутків w_2x_2 та w_4x_4 помічені знаком «–»). Загальна площа, яку виділяє функція мети $F^{Cmin} = 0,369$ при ваговому коефіцієнті $w_F = 1$, візуалізує ефективність функції мети та можливість її зростання або зменшення при зміні показників вхідних змінних.

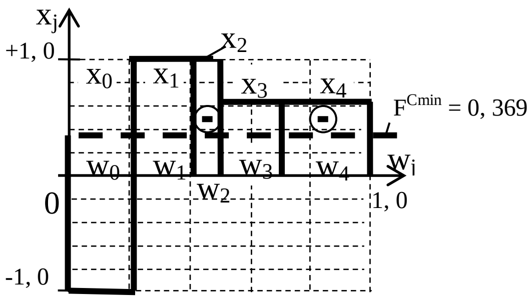

Рис. 3. Геометрична візуалізація змінних x_j, значень вагових коефіцієнтів w_j, складових функції мети w_jx_j для мінімального значення за модулем функції мети $F^{Cmax} = 0,369$.

Подібний підхід може використовуватись для аналізу функціональної залежності довільної складності. У основі аналізу покладена заміна кожного коефіцієнта регресійного рівняння ваговим коефіцієнтом і використання для згорнутої оцінки виходу ***біполярного середнього арифметичного зваженого*** за формулою:

$$\bar{x} = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + \ldots + w_nx_n}{|w_1| + |w_2| + \ldots + |w_n|} = -1\ldots+1,$$

де $\sum_{j=0}^{n} |w_j| = 1{,}0; \quad w_j = 0\ldots1; \quad x_j = 0\ldots1.$

Висновки. 1. Наведене теоретичне обґрунтування одновимірної аналітичної геометрії багатовимірного простору в чіткій або нечіткій багатовимірній системі координат з довільними знаками вхідних змінних та виходу на основі поняття середнього арифметичного зваженого зі зміною знаків даних.

2. Наведений метод для візуалізації результатів аналізу інтелектуальних чітких або нечітких систем прийняття рішень.

3. Згідно теорії однозначної нечіткої логіки для однозначних нечітких систем прийняття рішень *без застосування методів фаззифікації та дефаззифікації* вихідна функція у вигляді математичного ряду отримується на основі метода найменших квадратів або для окремих інформаційних модулів або для всієї системи. У результаті порівняно з методом Л. Заде суттєво спрощуються розрахунки і підвищується швидкодія системи прийняття рішень.

4. Для нечітких систем всі розрахунки виконуються *лише на числовій основі*: перетворення числових значень у лінгвістичні з мірою впевненості *є виключенням* і виконується лише за вимогою експерта для уточнення результатів досліджень.

Список використаних джерел

1. Кутковецький В. Я. Одновимірна аналітична геометрія багатовимірного простору. // Наукові праці : Науково-методичний журнал. Серія «Комп'ютерні технології». – Вип. 295. – Т. 307– Миколаїв : Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили, 2017. – С. 66 – 75.
2. d'Ocagne M. Coordonnées parallèles et axiales : Méthode de transformation géométrique et procédé nouveau de calcul graphique déduits dela considération des coordonnées parallèles. – Paris : Gauthier-Villars, 1885.
3. Афанасьев А. А. Особенности поддержки принятия решений на предприятии в условиях информационных перегрузок // Российский научный журнал. – 2013. – № 6 (37). – С. 253 – 259.
4. Inselberg A. Dimensional Graphics. Part 1. Linesand Hyperplaines. // IBMLASCTech. Rep. G320-2711. – IBMLASCientific-Center, 1981, 140 p.
5. Inselberg A. The Planewith Parallel Coordinates. //The Visual Computer. – 1 (4). – 1985. – P. 69–91.
6. Inselberg A. Parallel Coordinates : Visual Multidimensional Geometryandits Applications. – *NewYork* : Springer, 2009.
7. Романенков Ю. А., Вартанян В. М., Зейниев Т. Г. Оптимизационный механизм выбора стратегий повышения конкурентоспособности организации // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2014. № 4 (68). – С. 150–156.
8. Романенков Ю. А., Вартанян В. М., Зейниев Т. Г. Графоаналітична модель ефективності бізнес-процесів організації // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2014). XII міжнародна науково-практична конференція, 19–21 листопада 2014 р. : тези доп. – Дніпропетровськ. 2014. – С. 202 – 203.
9. Турти М. В. Теорія однозначних нечітких систем та нейронні мережі : Монографія. – Миколаїв : Вид-во Європейський університет, Миколаївська філія, 2007. – Ч. I – 140 с. – Ч. II – 114 с.
10. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию решений. – М. : Мир, 1976. – 165 с.

В. Я. Кутковецкий,
д-р техн. наук, профессор кафедры компьютерной инженерии,
ЧНУ им. Петра Могилы, г. Николаев, Украина,
М. В. Турты,
канд. ехн. наук, доцент кафедры электрооборудования судов,
НУК им. Макарова, г. Николаев, Украина,

ОДНОМЕРНАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГОМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЧЕТКИХ ИЛИ ОДНОЗНАЧНЫХ НЕЧЕТКИХ ОЦЕНОК ВЫХОДНЫХ ФУНКЦИЙ

Одномерная аналитическая геометрия позволяет визуализировать разложенную в математический ряд выходную функ-цию с изменением знаков входных переменных и выхода в четкой или нечеткой системе координат в абсолютных единицах;

$$F^0 = \sum_{j=0}^{n} w_j x_j^0 ,$$

где w_j – весовые положительные коэффициенты; $X^0 = (x^0_0, x^0_1, x^0_2, \ldots, x^0_j, \ldots, x^0_n)$ – вектор входных положительных или отрицательных переменных x^0_j (в абсолютных единицах); j = 0, 1, 2,. . ., n – порядковые номера.

Граничные значения (в общем случае – разных знаков) входных переменных $x^0_j = -x^{0min}_j .. . +x^{0max}_j$ и функции цели $F^0 = -F^{0min} \ldots +F^{0max}$ определяются экспертом и уточняются в процессе анализа. Функция выхода в абсолютных единицах F^0 сначала превращается в функцию в относительных единицах:

$$F = F^0 / F_m = \sum_{j=0}^{n} \frac{X_{xj} \lambda_j m_j w_j}{F_m} \frac{x_j^0}{X_{xj}} = \sum_{j=0}^{n} (\frac{X_{xj}}{F_m} \lambda_j m_j w_j x_j) ,$$

где F_m – максимальное значение модуля функции цели F^0, равное одному из его граничных значений; X_{xj} – максимальное возможное значение модуля переменной x^0_j, равное одному из его граничных значений; $x_j = x^0_j / X_{xj}$ – переменная в относительных единицах; λ_j = 0, 7...1, 3 – искусственно введенный экспертом коэффициент, который в теории нечеткой логики определяет влияние на переменные x_j и на выход F текущих значений универсума и нечетких множеств; m_j = 0, 7...1, 3 – искусственно введенный экспертом коэффициент, который учитывает влияние на переменные x_j и на выход F качества полученной информации входных четких или нечетких переменных x^0_j, а затем функция цели F превращается для визуализации в ***среднее арифметическое взвешенное с изменением знаков данных*** *по формуле:*

$$F^C = \frac{1}{\sum_{j=0}^{n} |\lambda_j w_j|} \sum_{j=0}^{n} (\frac{A_{xj}}{F_m} \lambda_j m_j w_j x_j) = -1 \ldots +1.$$

Для нечётких систем все расчеты производятся только на числовой основе: преобразование числовых значений в лингвистические со степенью уверенности является исключением и выполняется только по требованию эксперта для уточнения результатов исследований.

Рассмотренный анализ позволяет визуализировать только несложные геометрические образы многомерного пространства (точку; положительный, отрицательный и положительный – отрицательный отрезки), но он охватывает достаточно широкий класс задач, решения которых требует практика.

Ключевые слова: *одномерная аналитическая геометрия многомерного пространства; изменение знаков данных; визуализация; интеллектуальная система принятия решений; однозначная нечеткая логика; анализ нечетких систем.*

V. Ya Kutkovetsky,
Petro Mohula Black sea National University, Mykolaiv, Ukraine
M. V. Turty,
NUS of Makarov, Mykolaiv, Ukraine

ONE – DIMENSIONAL ANALYTIC GEOMETRY OF MULTIDIMENSIONAL SPACE FOR VIZUALIZATION OF FINE OR SYNONIMOUS FUZZY VALUATION OF OUTPUT FUNCTIONS

One-dimensional analytical geometry allows you to visualize the output function expanded in a mathematical series with changing signs of input variables and output in fine or fuzzy multidimensional system of coordinates in absolute units:

$$F^0 = \sum_{j=0}^{n} w_j x_j^0 ,$$

where w_j – weighting positive coefficients; $X^0 = (x^0_0, x^0_1, x^0_2, \ldots, x^0_j, \ldots, x^0_n)$ – the vector of the input positive or negative variables; x^0_j – input variables in absolute units; j = 0, 1, 2,. . ., n – ordinal numbers.

Limit values (in general, – with different signs) of the input variables $x^0_j = -x^{0min}_j .. . +x^{0max}_j$ and of the target function $F^0 = -F^{0min} \ldots +F^{0max}$ are determined by the expert and refined in the analysis process. The output function in absolute units F^0 first turns into a function in relative units

$$F = F^0 / F_m = \sum_{j=0}^{n} \frac{X_{xj} \lambda_j m_j w_j}{F_m} \frac{x_j^0}{X_{xj}} = \sum_{j=0}^{n} (\frac{X_{xj}}{F_m} \lambda_j m_j w_j x_j) ,$$

where F_m – the maximum value of the modulus of the target function F^0, equal to one of its limit values; X_{xj} – the maximum possible value of the modulus of the variable x^0_j, equal to one of its limit values; $x_j = x^0_j / X_{xj}$ – a variable in relative units; λ_j = 0, 7...1, 3 – artificially introduced by the expert coefficient, which in the theory of fuzzy logic take into account influence of indistinct (fuzzy) universe and fuzzy sets on the variables x_j and on output F; m_j = 0, 7...1, 3 – artificially introduced by the expert coefficient, which take into account influence of received information's quality on the clear or fuzzy variables x_j and on output F, and then the goal function F is transformed for visualization into the arithmetic mean of the weighted data with changing signs according to the formula:

$$F^C = \frac{1}{\sum_{j=0}^{n} |\lambda_j w_j|} \sum_{j=0}^{n} (\frac{A_{xj}}{F_m} \lambda_j m_j w_j x_j) = -1 \ldots +1.$$

All calculations for the fuzzy systems are made only on a numerical basis: the conversion of numerical values into linguistic with a degree of certainty is an exception and is performed only at the expert's request to refine the research results.

The analysis considered makes it possible to visualize only simple geometric images of a multidimensional space (point; positive, negative and positive – negative segments), but it covers a fairly wide class of problems whose solutions are required by practice.

Key words*: one-dimensional analytical geometry of multidimensional space, change of data signs, visualization, intellectual decision-making system, synonymous fuzzy logic, analysis of fuzzy systems.*

Рецензенти: Мещанінов О. П., д-р пед. наук професор;
Мусієнко М. П., д-р техн. наук професор.

Дата надходження статті до редколегії 25.04.2018