УДК 514:12

Кутковецький В. Я.,
д-р техн. наук, професор кафедри комп’ютерної інженерії,
ЧНУ ім. Петра Могили, м. Миколаїв, Україна,
e-mail: kb@chnu.edu.ua

ОДНОВИМІРНА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ БАГАТОВИМІРНОГО АНАЛІЗУ

Вихідні критерії згорнутих оцінок багатовимірного аналізу $K_i(Z)$, де i = 1, 2,…, m – порядкові номери вихідних критеріїв; $Z=(z_1, z_2,\dots, z_e,\dots, z_E)$ – вектор вхідних змінних та вхідних згорнутих оцінок у відносних одиницях в Паралельних Координатах (при $z_e=0\dots1$), візуалізовані по всім осям шляхом представлення їх підсумками елементарних згорнутих оцінок виходів $\hat{E}_з(Z) \Rightarrow \sum_{å=1}^{Å} f_{åз} \Rightarrow \sum_{e=1}^{E} w_{ei} z_e m_{ei}$, *де z_e= 0…1 – вхідні змінні та вхідні згорнуті оцінки у відносних одиницях; w_{ei} – розраховані або визначені експертом вагові коефіцієнти впливу величини z_e на критерії виходу $K_i(Z)$ при умові* $\sum_{e=1}^{E} w_{ei} = 1$; *$m_{ei}$= 0…$A_i$ – визначені експертом зменшувальні (при A_i<1) або збільшувальні (при A_i>1) якісні коефіцієнти, що враховують особливості впливу визначених величин z_e на виходи $K_i(Z)$: по способу їх визначення, по точності, ймовірності реалізації та ін.; $w_{ei}z_e$ – площина, у якій ваговий коефіцієнт w_{ei} є шириною по осі абсцис при умові* $\sum_{e=1}^{E} w_e = 1$, *а числові значення z_e= 0…1 є висотою по осі ординат (значення $w_{ei}z_e$ набувають виміри виходів $K_i(Z)$, і вся система перетворюється на «одновимірну»); $f_{ei}=m_{ei}w_{ei}z_e$ – елементарні згорнуті оцінки виходу; e =1, 2,…, E – порядкові номери входів z_e та f_{ei}. Звичайно вихід $K_i(Z)$ є меншим за 1. Внаслідок одновимірності входів та виходів розглянутої аналітичної геометрії, в ній можна візуалізувати на осях координат лише найпростіші геометричні об’єкти: точку; позитивні та негативні відрізки і площини при одновимірній залежності.*

Ключові слова: *одновимірна аналітична геометрія, багатовимірний простір; візуалізація згорнутих оцінок, система прийняття рішень.*

Постановка проблеми. Багатовимірна функція мети $K_i(Z)$, $Z=(z_1, z_2,\dots, z_e,\dots, z_E)$, s=1, 2,…,m, e= 1, 2,…, E, як згорнута цифрова оцінка роботи підприємства, установи, товару, ринку отримується експертами звичайно або за алгоритмом, або у вигляді складної формули. При цьому вважається, що людина не здатна візуалізувати складні функціональні залежності багатовимірного простору. Разом з тим (особливо – з появою ЕОМ у 50-х роках минулого сторіччя) виникла і зростає гостра потреба візуалізації саме багатовимірного простору. Дана стаття присвячена проблемі геометричної візуалізації складних багатовимірних функціональних залежностей.

Аналіз досліджень та публікацій. Дискусія стосовно наявності четвертого просторового виміру ***<u>є найдовшою в історії людства</u>***, бо четвертий вимір на перший погляд суперечить здоровому глузду.

<u>Аристотель (384–322 до н. е.)</u> в трактаті «Про небо» писав: «Величина, яка ділиться в одному напрямку, є лінією, в двох – площина, в трьох – тіло, і, крім них, немає іншої величини, тому що три виміри є суттю всіх вимірів». Ці слова навіть і у наш час звучать як прекрасні вірші, які доносять до нас велич, досконалість і могутність думок стародавніх греків. Але все ж Аристотель був неправий, бо не урахував, що будь-яка точка в трьохвимірній кімнаті є багатовимірною і має багато числових інваріантних і контекстних вимірів (змінних): висоту, ширину, довжину, температуру, освітлення, запиленість тощо.

Не розглядаючи у даному випадку історію теоретичного розвитку та удосконалення аналітичної геометрії за рахунок введення багатовимірної системи координат, часу, інерційності та ін., зупинимось лише на можливості геометричної візуалізації її об’єктів.

<u>Візуалізація багатовимірних об’єктів та процесів вищих вимірів</u> в сучасних фахових виданнях описується в наступних напрямках:

1. *<u>Заперечення можливості візуалізації багатовимірних об’єктів методами аналітичної геометрії</u>* (найбільш поширений напрямок): «Точковий n-вимірний простір називають арифметичним простором. Із запровадженими поняттями ми не пов’язуємо ніяких наочних уявлень, тому що своїми органами чуття людина нездатна сприймати більше аніж три взаємно перпендикулярні напрямки» [1, с. 282]. Аналогічні твердження є у публікаціях[2, с. 82; 3, с. 342].

2. *<u>Замовчування</u>* [1–10].

3. *<u>Заміна візуалізації складної функції $Q(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$ на спрощену</u>*:

– у вигляді залежності виходу від однієї або двох «головних» вхідних змінних [11];

– у вигляді розміщення «центрів тяжіння» у двовимірному, або у трьохвимірному просторі з графічним відображенням лише деяких з ознак y_i за допомогою форми, розмірів, кольору, символьних позначень [12];

– у вигляді *кластерного аналізу*, коли окремі елементи універсуму об'єднуються у кластери за окремими ознаками та за призначенням [13–15];

– у вигляді *нейронних мереж* з використанням методів кластеризації [15–17];

– у вигляді електричної сигналізації, яка розділяє всі стани працюючої інформаційно-захистної системи на безпечні (зелене світло), загрозливі (жовте світло) та аварійні (червоне світло та звуковий сигнал) з використанням мнемосхем та розшифруванням причини аварії.

4. Використання «*Алгоритмів розрахунків*» вихідних даних у вигляді, наприклад, значення ваги чи інших згорнутих оцінок двигунів, мостів, будинків, суден тощо.

5. *Застосування математичного аналізу у вигляді фазової площини* з побудованими на них фазовими траєкторіями, які дозволяють знаходити сталі і нестальні особливі точки на фазовій площині, отриманій в багатовимірному просторі.

6. *Методи точної геометричної візуалізації багатовимірних образів*, які здатні точно відобразити одну точку в n-вимірному просторі змінних. А це означає спроможність візуалізувати будь-який геометричний об'єкт чи процес. Наразі твердження про «нездатність уявлення людиною геометричних об'єктів вищих вимірів» є застарілим, тому що їх візуалізація описана в роботах ізраїльського вченого А. Інселберга (1977) [18–20], вчених України: С. М. Гумен (2007) [21], С. Є. Лясковської (2010) [22]. О. М. Гумен (2011) [23], а також в роботі [24].

Наразі методи *точної геометричної візуалізації* складаються з *трьох напрямків*, які взаємно доповнюють один одного і відрізняються особливостями використанням осей координат:

6.1. *Теорія аналізу в Паралельних Координатах*, що розроблена ізраїльським вченим, який потім переїхав працювати у США, ***А. Інсельбергом (1977–1990)*** [18–20]. Аналіз А. Інсельберга спрямований на візуалізацію традиційних фігур аналітичної геометрії – точки, прямої лінії, площини та ін. Історично Паралельні Координати були запропоновані раніше ***Ф. М. д'Окань (1885)*** [31], але А. Інселберг перший почав їх використовувати в аналізі.

Візуалізація точки в багатовимірному просторі за А. Інселбергом показана на рис. 1, на якому в евклідовій площині на взаємно перпендикулярних осях (Y,X) відображено:

– на осі Y вказаний масштаб для всіх осей координат (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5);

– вздовж осі X на рівних відстанях паралельно розміщені лінії осей координат X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5). На кожній з цих ліній відмічають відповідне цифрове значення координати точки C =(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5). Помічені точки сусідніх координат з`єднують штриховими лініями.

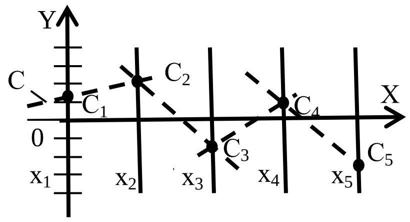

Рис. 1. Візуалізація в Паралельних Координатах X=(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) положення точки C=(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5) за допомогою ламаної штрихової лінії C [18–20]

Вказана на рис. 1 ламана штрихова лінія C = (C_1 - C_2 - C_3 - C_4 - C_5) візуалізує положення точки C=(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5) в Паралельних Координатах X=(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5).

6.2. *Геометрична теорія багатовидів*, розроблена в Україні та описана в кількох дисертаційних роботах по спеціальності 05.01.01 – «Прикладна геометрія, інженерна графіка». Багатовиди розглядаються як багатовимірні геометричні фігури, криві лінії і поверхні в роботах ***С. М. Гумен (2002–2007)*** [21] та ***С. Є. Лясковської (2010)*** [22]. С. Є. Лясковська використала осі координат, кожна з яких має і позитивні і негативні числові значення, розміщені у площині, наприклад, у вигляді осей координат рис. 2.

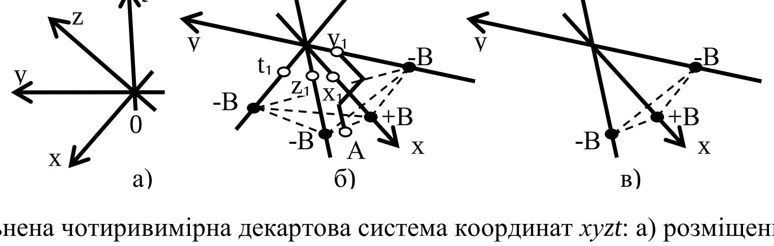

Рис. 2. Узагальнена чотиривимірна декартова система координат *xyzt*: а) розміщення осей координат; б) точка А та гіперплощина x– y – z– t= B у чотиривимірному просторі xyzt; в) проекція гіперплощини у чотиривимірному просторі xyzt при t = 0 [22]

О. М. Гумен (2011) [23] розробила в Україні теорію, яка дозволяє конструювати раціональні візуалізовані n-вимірні багатовиди для моделювання багатопараметричних процесів.

6.3. *Аналітична геометрія n – вимірних тілесних кутів (Т-кутів)* (2015) [24], за якою вважаємо, що Т-кути обмежені площинами, які проходять через сусідні осі координат, і мають пірамідальну форму «*Т-многогранника*» з вершиною в центрі координат і *однаковим (симетричним і по колу*) розміщенням точок перетину своїми позитивними чи негативними осями координат поверхні відповідної Т-сфери (рис. 3).

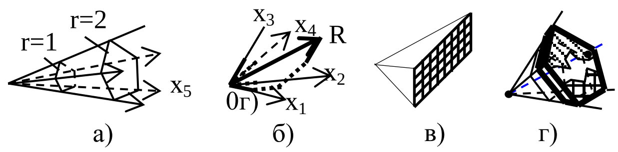

Рис. 3. Простір змінних Т-кута: а) візуалізація будування п'ятигранної піраміди одного Т-кута 5-вимірного простору при радіусах гіперкулі r=1 та r=2; б) візуалізація будування в 4-вимірному просторі точки або радіус-вектора R; в) мапа Т-кутів 5-вимірного простору у кількості $2^n=2^5=32$ з урахуванням їх порядкових номерів та сусідства на гіперсфері; г) обмеження границь переміщення вектора R (чорна точка) в межах гіперповерхні Т-кута 5-вимірного простору [24]

Точна візуалізація стандартних геометричних фігур багатовимірного простору не позбавляє аналітичну геометрію *«обов'язку» одновимірної точної чи приблизної візуалізації впливу входів на вихідну функцію мети згорнутих оцінок всього простору, що є окремим напрямком візуалізації геометричних багатовимірних образів*.

Прикладами подібних приблизних узагальнених візуальних геометричних оцінок багатовимірних образів можуть бути ***радіальні метричні діаграми (РМД)*** [25; 26], або ***нормовані діаграми (НД)*** [27; 28], які поряд з візуалізацією виконують графоаналітичне моделювання. Отримані при цьому узагальнюючі діаграми призначені в основному для візуалізації і моделювання вихідної функції мети складної ієрархічної системи прийняття рішень.

Радіальна метрична діаграма (РМД) візуально відображує n-вимірний метричний простір у вигляді променів координатних осей діаграми, на яких відкладається розрахована або визначена експертом оцінка об`єкта моделювання у вигляді елементів вектора вимірів $P=(p_1, p_2,\ldots, p_j,\ldots, p_n)$, де n – число метрик; j=1,2,…,n – порядковий номер метрики; $p_j = 0\ldots1$ – числове нормалізоване значення j – го виміру, яке отримується або в результаті розрахунків, або за оцінкою експерта (рис. 4).

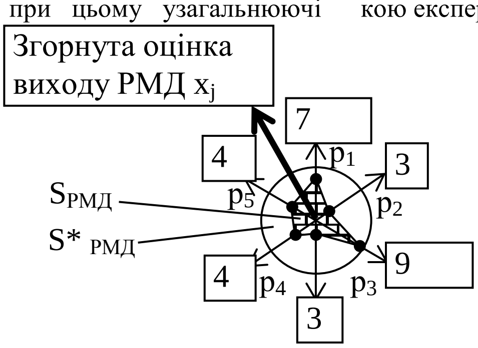

Рис. 4. Радіальна метрична діаграма (РМД) для n = 6 ($S_{РМД}$ – реальний внесок в РМД; $S^*_{РМД}$– максимально можливе значення внеску в РМД)

Вказане на рис. 4 коло має радіус, рівний 1, а осі координат $(p_1, p_2,\ldots, p_j,\ldots, p_n)$ розділяють коло на рівні кути. В роботі [29] було запропоновано додавати у вершинах метричних шкал геометричні кола з розміром, пропорційним вагам метрик (на рис. 4 площі цих кіл помічені площами прямокутників).

Якщо на нормованих осях координат $p_j = 0\ldots1$ помітити відповідні числові значення вхідного вектора вимірів $P=(p_1, p_2,\ldots, p_j,\ldots, p_n)$ *з урахуванням вагових коефіцієнтів*, то отримуємо заштриховану площу, відношення якої до площі кола (чи до площі підсумку трикутників) з одиничним радіусом можна вважати візуальною ***згорнутою оцінкою*** виходу РМД (на рис. 4 вихідна згорнута оцінка показана жирною стрілкою з її числовим значенням x_j), яка може використовуватись як вхід в аналогічну РМД вищого ієрархічного рівня [27, 30].

Для нормованої діаграми (НД) числові значення вимірів змінних $p_j = 0\ldots1$, j=1,2,…,n, відображують висотою колонок у межах $p_j = 0\ldots1$. Ваговий коефіцієнт α_j для j-ої змінної p_j задає експерт, і візуально він дорівнює *ширині окремої колонки* при підсумку ширини всіх колонок $\sum_{j=1}^{n}\alpha_j = 1$ (рис. 5).

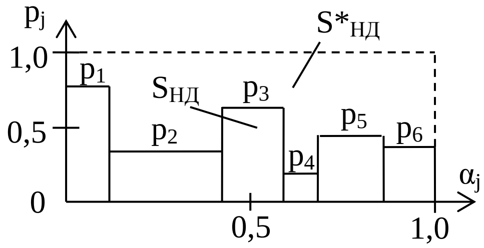

Рис. 5. Загальний вигляд нормованої діаграми (НД)

Внесок змінної p_j=0…1 в згорнуту оцінку у вигляді добутку $\alpha_j p_j$ візуально дорівнює площі окремої колонки з висотою p_j=0…1 та з шириною колонки (ваговим коефіцієнтом) α_j при $\sum_{j=1}^{n} \alpha_j = 1$, а площа всіх колонок дорівнює <u>*згорнутій оцінці НД*</u> $S_{НД} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j p_j$ [30].

Основна частина.

Основні положення НД використані нижче для аналізу складних багатовимірних систем в паралельній системі координат з відображення вихідної згорнутої оцінки та з урахуванням зменшувального чи збільшуваного коефіцієнта для вхідних значень. Вхідними значеннями можуть бути як змінні так й згорнуті оцінки об`єктів нижчого рівня.

Згорнуті вихідні оцінки (критерії) $К_i(Z)$, i = 1, 2,…, m, визначаються експертом або за алгоритмом або розкладом її складної формули у ряд елементарних нелінійних чи лінійних функцій згорнутих оцінок у вигляді

$$К_i(Z) \Rightarrow \sum_{e=1}^{E} f_{ei} \Rightarrow \sum_{e=1}^{E} m_{ei} w_{ei} z_e \,, \qquad (1)$$

де z_e= 0…1 – вхідні змінні та вхідні згорнуті оцінки у відносних одиницях; w_{ei} – розраховані або визначені експертом вагові коефіцієнти впливу величини z_e на критерії виходу $К_i(Z)$ при умові $\sum_{e=1}^{E} w_{ei} = 1$; m_{ei}= 0…A_i – визначені експертом зменшувальні (при A_i>1) або збільшувальні (при A_i>1) коефіцієнти, що враховують особливості впливу визначених величин z_e на виходи $К_i(Z)$: по способу їх визначення, по точності, ймовірності реалізації та ін.; $w_{ei}z_e$ – площина, у якій ваговий коефіцієнт w_{ei} є шириною по осі абсцис при умові $\sum_{e=1}^{E} w_e = 1$, а числові значення z_e= 0…1 є висотою по осі ординат (значення $w_{ei}z_e$ набувають виміру виходу $К_i(Z)$, і вся система перетворюється на «одновимірну»); $f_{ei}=т_{ei}w_{ei}z_e$ – елементарні згорнуті оцінки виходу; е =1, 2,…, Е – порядкові номери входів z_e та f_{ei}.

Звичайно критерії виходів $К_i(Z)$ є меншими за 1. Внаслідок одновимірності входів та виходів розглянутої аналітичної геометрії, в ній можна візуалізувати на осях координат лише найпростіші геометричні об’єкти: точку; позитивні та негативні відрізки і площини при їх одновимірній залежності. Хоча побудувати на одній вихідній осі складні геометричні фігуриn – вимірного простору неможливо, але разом з тим описана аналітична геометрія одновимірних згорнутих оцінок охоплює моделюванням, розв’язком та візуалізацією великий об`єм багатовимірних проблем, аналізу яких потребує практика.

Паралельні Координати першим застосував Ф. М. д’Окань [31].

Всі універсуми вхідних і вихідних змінних розглядаємо у відносних одиницях у межах (0…1). Будь-яка вхідна змінна може бути або позитивною z_e = 0…1 (її зростання збільшує вихідну функцію F(Z)) або негативною z_e* = 0…1 (її зростання збільшує вихідну функцію F(Z)). Різні знаки («+» або «-») функцій $f_e=m_e w_e z_e$ ускладнюють геометричні фігури візуалізації. Тому бажано, щоб всі площини елементарних згорнутих оцінок $f_e=w_e т_e z_e$ мали однакові знаки.

Ця проблема виходу може бути розв`язана у кількох напрямках:

1. Перетворити всі величини z_e на додатні значення. Наприклад, при оцінці «ефективності праці» підприємства чи установи позитивними змінними є «кваліфікація робітників $z_{e=1}$ =0,84» або «якість сировини $z_{e=2}$ =0,8», а негативною змінною є «кількість помилок $z_{e=3}$* =0,12», які допускаються у роботі. При аналізі вказану «негативну змінну» $z_{e=3}$*=0,12 можна замінити на «позитивну» «відсутність помилок$z_{e=3}$ = 1 – $z_{e=3}$* = 1 – 0,12 = 0,88».

2. Окремо аналізувати геометричний образ позитивного, негативного та результуючого підсумків.

3. Розглядати вихід у вигляді кругової діаграми з розділом її на позитивну та негативну частки.

Геометрична візуалізація образу згорнутої одновимірної вихідної оцінки інтелектуальної системи наведена на рис. 6.

На рис. 6 експерт визначає і вводить значення елементарних згорнутих оцінок виходів $f_{ei}=т_{ei}w_{ei}z_e$ (показані пунктирними лініями) при заданих значеннях входів z_e, їх вагових коефіцієнтів (ширині) w_{ei} та якісних коефіцієнтів m_{ei}. Вихід $К_i(Z) \Rightarrow \sum_{e=1}^{E} f_{ei}$ (показаний безперервною лінією) займає положення, яке відповідає однаковим підсумкам значень площин над горизонтальною лінією $К_i$ та під лінією $К_i$.

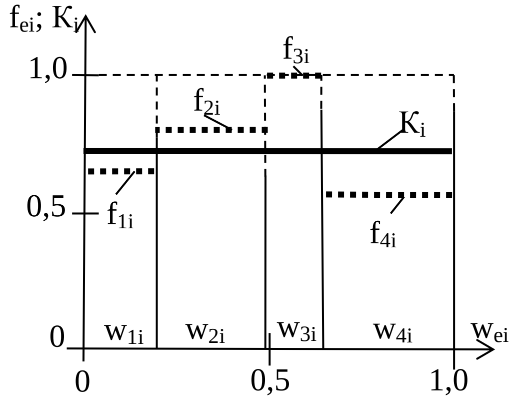

Рис. 6. Геометрична візуалізація числових даних і згорнутих оцінок інтелектуальної системи

Значення згорнутої оцінки виходу i-го критерію багатовимірної системи визначається за формулою

$$K_з = \frac{\sum_{e=1}^{E} m_{ei} w_{eз} z_e}{\sum_{e=1}^{E} w_{eз}} = \sum_{e=1}^{E} m_{ei} w_{eз} z_e = \sum_{\hat{a}=1}^{\AA} f_{\hat{a}з} \quad ; \qquad (3)$$

Подібний підхід може використовуватись для аналізу функціональної залежності довільної складності.

Для аналізу роботи підприємств чи установ можуть використовуватись сукупність *комбінаторних вимірів*. В Паралельних Координатах вони наведені на рис. 7 у вигляді комбінаторних значень 5-ти критеріїв К$_1$, К$_2$, К$_3$. К$_4$, К$_5$ при чотирьох вимірах, які дозволяють виділити з них дві пари.

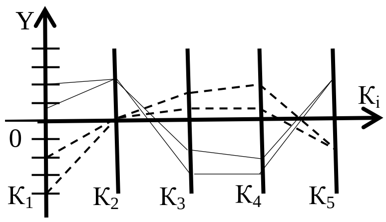

Рис. 7. Візуалізація двох пар комбінаторних вимірів в Паралельних Координатах

Таким чином, комбінаторні дані багатовимірного простору (К$_1$, К$_2$, К$_3$. К$_4$, К$_5$) набувають візуалізації, яка дозволяє більш зважено приймати рішення.

Висновки. 1. Елементарні згорнуті оцінки виходів $f_{ei} = w_{ei} m_{ei} z_e = 0…1$ можна перенести з вхідних осей z_e на відповідні вихідні осі Z_i, i = 1,2,…, m. Таким чином, одновимірна аналітична геометрія дозволяє мати багато осей входу (e = 1, 2,…, E) та багато вихідних осей для різних критеріїв (i = 1,2,…, m). В результаті можна виконати комбінаторне порівняння різних багатовимірних систем з однаковою базою входів по однаковим сукупностям вихідних критеріїв. Кожний вихідний критерій може мати індивідуально обрану з базових входів сукупність вхідних даних. Ваговий коефіцієнт w_{ei} змінної z_e у цьому випадку відноситься до виходу, і тому значення площі $w_{ei}z_e$ для різних виходів мають різні виміри. Але назва «одновимірна аналітична геометрія» зберігається із-за одновимірності візуалізованих образів по всіх осях. Комбінаторний візуальний геометричний образ по кількох вихідних згорнутих оцінках багатовимірного процесу дозволяє отримати більш зважені рішення.

2. Недоліком одновимірної аналітичної геометрії є її одновимірність, яка означає, що дані по вхідних та вихідних осях можуть бути візуалізовані лише у вигляді точок, прямих ліній та пласких геометричних фігур – трикутників, квадратів, прямокутників, кругів тощо з одновимірним виміром. Хоча побудувати на одній осі складні геометричні фігури n-вимірного простору неможливо, але описана одновимірна аналітична геометрія охоплює моделюванням, розв'язком та візуалізацією великий об'єм багатовимірних проблем, аналізу яких потребує практика.

3. Фахові видання по аналітичної геометрії повинні:

– Не давати невірні відомості про неспроможність людини візуалізувати n-вимірний простір, бо він візуалізований в роботах [18–24], а також в даній роботі.

– Не замовчувати досягнення по візуалізації багатовимірних об'єктів ізраїльського вченого А. Інсельберга (1977–1990) [18–20].

– «Не забувати», що Україна у напрямку візуалізації багатовимірного простору займає передові позиції у світі, дякуючи науковим працям С. М. Гумен (2002–2007) [21], С. Є. Лясковської (2010) [22], О. М. Гумен (2011) [23].

4. При візуалізації функції виходу $F(Z) = \sum_{e=1}^{E} m_e w_e z_e$ у цьому випадку може виникнути необхідність урахування різних знаків у елементарних згорнутих оцінок $f_e = w_e т_e z_e$. Проблема знаків«±» може бути розв'язана у таких напрямках:

– Розглядати вихід у вигляді кругової діаграми з розділом її на позитивну та негативну частки.

– Перетворити всі вхідні величини z_e на позитивні, збільшення яких збільшує вихідну функцію. Наприклад, при оцінці «ефективності праці» підприємства чи установи позитивними змінними є «кваліфікація робітників $z_{e=1}$ =0,84» або «якість сировини $z_{e=2}$ =0,8», а негативною змінною є «кількість помилок $z_{e=3}$* =0,12», які допускаються у роботі. При аналізі вказану «негативну змінну» $z_{e=3}$*=0,12 можна замінити на «позитивну» «відсутність помилок $z_{e=3}$ = 1 – $z_{e=3}$* = 1 – 0,12 = 0,88».

– Окремо геометрично візуалізувати образи позитивного, негативного та результуючого підсумків.

Список використаних джерел

1. Гриньков В. В., Кириченко І. К. Аналітична геометрія. – Харків : Гімназія, 2008. – 340 с.
2. Нємець К. А., Нємець Л. М. Теорія і методологія географічної науки: методи просторового аналізу : навчально-методичний посібник // К. А. Нємець, Л. М. Нємець. – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2014. – 172 с.
3. Александров П. С. Лекции по аналитической геометрии. – СПб.: изд-во «Лань», 2008. – 912 с.
4. Adler I. A new look at geometry. – Mineola, New York : Dover publication, INC, 2012. – 389 p.
5. Кадильникова Т. М., Кочеткова І. Б., Сушко Л. Ф., Білова О. В. Аналітична геометрія у просторі : навч. посіб. – Дніпропетровськ : НМетАУ, 2012.– 48с.
6. Бузерман Г., Келлі П. Дж. Геометрия и проективные метрики: Пер. с англ. – М. : Кн. дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 408 с.
7. Клейн Ф. Высшая геометрия: Пер. с нем. – М. : «ЛИБРОКОМ», 2009. – 400 с.
8. Постников М. М. Аналитическая геометрия. Лекции по геометри. – СПб.: Изд-во «Лань», 2009. – 416 с.
9. Кривошапко С. Н., Иванов В. Н. Энциклопедия аналитических поверхностей. – М. : «ЛИБРОКОМ», 2010. – 560 с.
10. Бондарчук Ю. В., Олійник Б. В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. – К. : Вид. дім «Києво-Могилянська академія», 2010. – 175 с.
11. Барсегян А. А., Куприянов М. С., Степаненко В. В., Холод И. И. Технологии анализа даннях: DataMining, VisualMining, NextMining. – СПб: БХВ-Петербург, 2007.–387с.
12. Бутенков С. А. Грануляция и инкапсуляция в системах эффективной обработки многомерной информации // Искусственный интеллект. – 2005. – № 4. – С. 106–115.
13. Tryon R. C. Cluster analysis. – London : AnnArborEdwardsBros, 1939. – 139 p.
14. Жамбю М. Иерархический кластер-анализ и соответствия. – М. : Финансы и статистика, 1988. – 345 с.
15. Kohonen T. Self-Organizing Formation of Topologically Correct Feature Maps // Biological Cybernetics. – 1982. – 43. – P. 59–69.
16. Кутковецький В. Я., Турти М. В. Спосіб самонавчання класифікуючої нейронної мережі. Патент України на корисну модель G06N 3/00, №108187, 11.07.2016, Бюл. №13. – 14 с.
17. Кутковецький В. Я., Турти М. В. Спосіб навчання стохастичної нейронної мережі. Патент України на корисну модель G06N 3/00 7/02, №109297, 25.08.2016, Бюл. №16. – 15 с.
18. Inselberg A. Dimensional Graphics. Part 1. Lines and Hyperplaines. // IBMLASCTech. Rep. G320-2711. – IBMLASCientific-Center, 1981, 140 p.
19. Inselberg A. The Plane with Parallel Coordinates. //The Visual Computer. – 1 (4). – 1985. – P. 69–91.
20. Inselberg A. Parallel Coordinates: Visual Multidimensional Geometry and its Applications. – New York : Springer, 2009.
21. Гумен С. М. Моделювання біомедичних багатопараметричних систем методами багатовимірної геометрії. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук. Спеціальність 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Київ : Київський національний університет будівництва і архітектури, 2007. – 23 с.
22. Лясковська С. Є. Геометричне моделювання багатопараметричних систем способом епюра n-простору. – автор. дис... на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук. Спеціальність 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Мелітополь : Міністерство аграрної політики України, Таврійський державний агротехнологічний університет, 2010. – 25 с.
23. Гумен О. М. Моделювання проективних n-просторів багатопараметричних технічних систем. – автор. дис... на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук. Спеціальність 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Мелітополь : Таврійський державний агротехнологічний університет, 2011. – 39 с.
24. Кутковецький В. Я. Аналітична геометрія в n – вимірних тілесних кутах // Наукові праці: Науково-методичний журнал.– Вип. 254. – Т. 266. Комп’ютерні технології. – Миколаїв : Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили, 2015. – С. 30–41.
25. Тарасюк О. М., Харченко В. С. Динамические радиальные метрические диаграммы в задачах управления качеством програмного обеспечения. // Зб. наук. праць ін-ту проблем моделювання в енергетиці ім. Г. С. Пухова. – К. : НАНУ, ІПМЕ, 2003. – Вип. 22. – С. 202–205.
26. Харченко В. С., Тарасюк О. М., Волковой А. В., Белый Ю. А. Применение динамических радиальных метрических диаграмм для управления многоверсионными програмними проектами// Радіоелектронні і комп’ютерні системи. – 2005. – № 2. – С. 63–68.
27. Романенков Ю. А., Вартанян В. М., Зейниев Т. Г. Оптимизационный механізм выбора стратегий повышения конкурентоспособности организации // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2014. – №4 (68). – С. 150–156.
28. Романенков Ю. А., Вартанян В. М., Зейниев Т. Г. Графоаналітична модель ефективності бізнес-процесів організації // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2014). XII міжнародна науково-практична конференція, 19–21 листопада 2014 р.: тези доп. – Дніпропетровськ, 2014. – С. 202–203.
29. Aigner W., Current Work Practice and Users’ Perspectives on Visualization and Interactivity in Business Intelligence // Information Visualization (IV), 2013. 17-th International Conference. – 2013. – P. 299–306.
30. Романенков Ю. А., Вартанян В. М., Прончаков Ю. Л., Зейниев Т. Г. Средства инфографического анализа агрегированных показателей многомерных объектов и систем // Системи обробки інформації. – Харьков : Национальный аэрокосмический університет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ». – 2016. – Випуск 8 (145). – С. 157–165.
31. d'Ocagne M. Coordonnées parallèle set axiales : Méthode de transformation géométrique et procédé nouveau de calcul graphique déduits de la considération des coordonnées parallèles. – Paris : Gauthier-Villars, 1885.

В. Я. Кутковецкий,
ЧНУ им. Петра Могили, г. Николаев, Украина

ОДНОМЕРНАЯ АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГОМЕРНОГО АНАЛИЗА

Выходные критерии свернутых оценок многомерного анализа $K_i(Z)$, где i = 1, 2,…, m – порядковые номера выходных критериев; $Z=(z_1, z_2,…, z_e,…, z_E)$ – вектор входных переменных и входных свернутых оценок в относительных единицах Параллельных Координат (при z_e = 0 ... 1), визуализированы по всем осям путем представления их суммами элементарных свернутых оценок выходов $K_i\ (Z) \Rightarrow \sum_{e=1}^{E} f_{ei} \Rightarrow \sum_{e=1}^{E} w_{ei} z_e m_{ei}$, где z_e = 0 ... 1 – входные переменные и входные свернутые оценки в относительных единицах; w_{ei} – рассчитаные или определеные экспертом весовые коэффициенты влияния величины z_e на критерии выхода $K_i(Z)$ при условии $\sum_{e=1}^{E} w_{ei} = 1$; $т_{ei}$= 0…A_i – определенные экспертом уменьшающие (при A_i< 1) или увеличивающие (при A_i> 1) качественные коэффициенты, которые учитывают особенности влияния определенных величин z_e на выходы $K_i(Z)$: по способу их определения, по точности, вероятности реализации и др .; $w_{ei}z_e$ – плоскость, в которой весовой коэффициент w_{ei} является шириной по оси абсцисс при условии $\sum_{e=1}^{E} w_e = 1$, а числовые значения z_e = 0 ... 1 являются высотой по оси ординат (значение $w_{ei}z_e$ приобретают измерения выходов $K_i(Z)$, и вся система превращается в «одномерную») ; $f_{ei}=т_{ei}w_{ei}z_e$ – элементарные свернуты оценки выхода; e = 1, 2, ..., E – порядковые номера входов z_e и f_{ei}. Обычно выход $K_i(Z)$ имеет значение меньше 1. Вследствие одномерности входов и выходов рассматриваемой аналитической геометрии, в ней можно визуализировать на осях координат только простейшие геометрические объекты: точку; положительные и отрицательные отрезки, а также плоскости при одномерной их зависимости.

Ключевые слова: одномерная аналитическая геометрия; многомерное пространство; визуализация свернутых оценок; система принятия решений.

V. J. Kutkovetsky,
Petro Mohyla Black Sea National University, Mykolayiv, Ukraine

ONE-DIMENSIONAL ANALYTICAL GEOMETRY OF MULTIDIMENSIONAL ANALYSIS

Output criteria’s for minimized estimates of multidimensional analysis of $K_i(Z)$, where i = 1, 2, ..., m – the sequence numbers of the output criteria’s; $Z = (z_1, z_2, ..., z_e, ..., z_E)$ – the vector of input variables and input collapsed estimates in relative units in Parallel Coordinates (for z_e = 0 ... 1), visualized on all axes by representing them with the results of elementary collapsed exits estimates $K_i\ (Z) \Rightarrow \sum_{e=1}^{E} f_{ei} \Rightarrow \sum_{e=1}^{E} w_{ei} z_e m_{ei}$, where z_e = 0 ... 1 – input variables and input collapsed estimates in relative units; w_{ei} – calculated or determined by the expert weight coefficients of influence of the magnitude z_e on the exit criteria’s $K_i(Z)$ under condition $\sum_{e=1}^{E} w_{ei} = 1$; $т_{ei}$= 0…A_i – determined by the expert diminutive (at A_i <1) or magnifying (with Ai> 1) qualitative coefficients taking into account the peculiarities of the influence of the determined quantities z_e on the outputs of $K_i(Z)$: by the method of their determination, by accuracy, probability of realization etc.; $w_{ei}z_e$ – the plane in which the weight factor w_{ei} is the width along the axis of abscise under condition $\sum_{e=1}^{E} w_e = 1$, and the numerical values z_e = 0 ... 1 are the height along the ordinate axis (the values $w_{ei}z_e$ acquire measurements of the outputs $K_i(Z)$, and the entire system becomes «one-dimensional»); $f_{ei}=т_{ei}w_{ei}z_e$ – elementary minimized exit estimates; e = 1, 2, ..., E – the serial numbers of the inputs z_e and f_{ei}. Usually, the output of $K_i(Z)$ is less than 1. Because of the one-dimensionality of the inputs and outputs of the analytic geometry in question, only simple geometric objects can be visualized on the axes of coordinates: point; positive and negative segments and planes with one-dimensional dependence.

Key words: one-dimensional analytical geometry; multidimensional space; visualization of collapsed estimations; decision-making system.

Рецензенти: ***Мещанінов О. П.,*** д-р пед. наук, професор;
Мусієнко М. П., д-р техн. наук, професор.

Дата надходження статті до редколегії 26.10.17