УДК 374.091

Воробйова А. І., Майборода В. А., Майборода О. В.

МАТЕРІАЛИ МАТЕМАТИЧНИХ ТУРНІРІВ ЯК ДЖЕРЕЛО ЗАДАЧ ДОСЛІДНИЦЬКОГО ХАРАКТЕРУ ДЛЯ РОБОТИ В СИСТЕМІ МАН

На прикладі однієї задачі Всеукраїнського турніру юних математиків розкрито механізм формування дослідницьких компетентностей слухача Малої академії наук.

Ключові слова: *дослідницькі задачі, формування дослідницьких компетентностей, позашкільна освіта, математичні турніри, МАН.*

На примере одной задачи Всеукраинского турнира юных математиков раскрыт механизм формирования исследовательских компетенций слушателя Малой академии наук.

Ключевые слова: *исследовательские задачи, формирование исследовательских компетенций, внешкольное образование, математические турниры, МАН.*

On the example of a problem Ukrainian tournament for young mathematicians solved the mechanism of formation of research competencies listener Minor Academy of Sciences.

Key words: *research objectives of the research competencies, extracurricular education, math tournaments, MAS.*

Значно важче побачити проблему, ніж знайти її розв'язок.
Для першого треба мати уяву, тоді як для другого – тільки уміння.
Дж. Бернал

Проблема розвитку творчої особистості у сучасному світі є надзвичайно важливою. Кожна країна має дбати про розвиток творчого потенціалу суспільства загалом і кожної людини зокрема, оскільки потребує діяльних, обдарованих, інтелектуально розвинених громадян.

У наш час великі можливості для творчої самореалізації школярів відкриває позашкільна освіта як одна із складових частин системи безперервної освіти, що спрямована на розвиток здібностей, обдарувань дітей, задоволення їх інтересів, потреб у професійному самовизначенні. Особлива роль у створенні умов для розвитку та самореалізації творчої особистості належить Малій академії наук України [1].

Мала академія наук (Ман) є позашкільним навчальним закладом, який створює умови для виявлення та відбору обдарованих дітей, формування їх дослідницьких компетентностей. Мала академія наук пропонує школяреві перехід на значно вищий рівень реалізації його пізнавальних інтересів, дослідницьких захоплень та ідей. Основною формою роботи в системі МАН, в процесі якої відбувається формування дослідницьких компетентностей, є написання науково-дослідницької роботи та представлення її на конкурсі-захисті. Основна проблема при цьому полягає в постановці дослідницької задачі, яка складає основу наукового пошуку юного дослідника. Проте актуальним залишається питання розширення спектру наукової тематики в роботах юних дослідників, посилення питомої ваги творчої, оригінальної частини дослідження [2].

Серед позашкільних форм роботи з учнями чільне місце займають різноманітні змагання з предметів. Однією із найвідоміших форм є олімпіади, які проводяться в декілька етапів, від шкільного до всесвітнього. Відносно новою формою змагань, але вже досить популярною, стали турніри.

На сьогодні в Україні регулярно проводяться Всеукраїнські турніри з одинадцятьох предметів. Математичні турніри (турнір юних математиків ім. проф. М. Й. Ядренка) регулярно проводяться з 1998 року. Деякі регіони і міста почали впроваджувати обласні і міські етапи цих турнірів. Починаючи з 2011 року в Миколаєві започатковано обласний турнір юних математиків ім. проф. В. М. Лейфури.

Турнір, як форма роботи з обдарованою молоддю, відрізняється особливістю, як за формою проведення, так і за своєю суттю. Розв'язання турнірних задач – це творчий процес, який вимагає від дітей особливого підходу. Саму форму підготовки і проведення турнірів важко переоцінити в плані виховання і розвитку математичних здібностей обдарованих учнів. Але є ще один аспект турнірних задач, який, можливо, на сьогодні ще не оцінено в повній мірі. Це пов’язано з тим, що майже кожна турнірна задача передбачає не тільки її узагальнення, але і можливість розвитку ідеї, закладеної в задачу, та, навіть, генерацію нових ідей.

Під механізмом формування дослідницьких компентностей учня розуміємо механізм постановки дослідницької задачі та різноманітність засобів її розв’язання.

При конструюванні дослідження виділяють три етапи:

– перший – від вибору теми до визначення завдань (проблема – тема – об’єкт – предмет – наукові факти – провідна ідея та замисел – гіпотеза – завдання дослідження);

– другий – від вибору методів до формулювання висновків (вибір методів – перевірка гіпотези – конструювання попередніх висновків – їх уточнення на основі дослідної перевірки – побудова підсумкових висновків);

– третій – впровадження отриманих результатів у практику, літературне оформлення роботи [3, с. 16].

На кожному етапі потрібно знаходити оптимальний варіант послідовності пошукових кроків залежно від конкретного матеріалу дослідження та можливостей дослідника, застосовувати різні рівні оволодіння методами дослідження:

– формування в учнів експериментальних умінь (репродуктивний рівень);

– формування в учнів основних прийомів експериментально-дослідницької діяльності (репродуктивно-дослідницький рівень);

– формування в учнів умінь до комбінування і трансформування різноманітних прийомів експериментально-дослідницької діяльності при розв’язанні дослідницьких задач творчого характеру (дослідницький рівень).

Досвід показує, що багато наукових керівників стикаються з проблемою вибору теми для наукової роботи конкурсанта МАН. Забезпечити новизну і актуальність учнівських наукових робіт, що в основному ґрунтуються на знаннях шкільної математики, дійсно важка задача. Завдання ж математичних турнірів дають можливість ускладнити, узагальнити та відшукати нові напрямки теоретичного або прикладного змісту сформульованої задачі, причому це стосується більшості із задач, що пропонуються для відбірних етапів турнірів.

У статті на конкретному прикладі показано шлях формування в учнів умінь до комбінування і трансформування різноманітних прийомів експериментально-дослідницької діяльності при розв’язанні дослідницьких задач творчого характеру. При цьому, важливо не обмежуватись лише розв’язанням задачі, а пропонувати різні варіанти її узагальнення.

Розглянемо задачу № 4 «Біноміальні коефіцієнти та системи числення» із останнього XIV Всеукраїнського турніру юних математиків (2011 р., Львів) [4].

Задача. а) Як за розкладами натуральних чисел n і m у двійковій системі числення визначити, чи є біноміальний коефіцієнт C_n^m парним числом? б) Як за розкладами натуральних чисел n і m у двійковій системі числення визначити показник найбільшого ступеня числа 2, на який ділиться без залишку біноміальний коефіцієнт C_n^m ?

Із логіки розв’язку задачі, який в тезисній формі, ми пропонуємо нижче і який, по суті, є фрагментом побудови теорій подільності числа C_n^m в q-ічній системі числення, зразу ж напрошуються теми наукових робіт, наприклад: «Дослідження питання подільності чисел виду C_n^m на максимальний ступінь простого числа p в p-ічній системі числення», або «Вивчення розподілу простих чисел комбінаторними методами», або «Нові способи доведення малої теореми Ферма та теореми Чебишева» і цей асоціативний перелік можна продовжити.

Розглянемо наступний розв’язок задачі про «Біноміальні коефіцієнти та системи числення».

Нехай

$$n_q = a_0 + qa_1 + \ldots + q^k a_k$$

$$0 \le a_i < q,\ i = \overline{0,k},\ q \in N \qquad (1)$$

представлення натурального числа в q- ічній системі числення.

Сумою цифр числа n_q позначимо $\delta_q(n)$:

$$\delta_q(n) = \sum_{i=0}^{k} a_i = a_0 + \ldots + a_k\ ,\ 0 \le a_i < q. \qquad (2)$$

Введемо поняття різницевого визначника $d_q(n)$, де

$$d_q(n) = n - \delta_q(n) \qquad (3)$$

Лема 1. Максимальна степінь двійки на яку ділиться число n дорівнює

$$d_2(n) = n - \delta_2(n)\ .$$

Доведення: За методом математичної індукції перевіримо справедливість леми для $n=1$: $d_2(1) = 1 - \delta_2(1) = 0$.

Припустимо справедливість твердження для $n = k:\ d_2(k) = k - \delta_2(k).$

Доведемо твердження для $n = k+1$. З позначення (3) отримаємо:

$$d_2(k+1) = k+1-\delta_2(k+1) =$$
$$d_2(k) + \delta_2(k) + 1 - \delta_2(k+1)$$

з цього випливає, що:

$$d_2(k+1) + \delta_2(k+1) =$$
$$d_2(k) + \delta_2(k) + 1 = k + 1 + \delta_2(k).$$

Що і треба було довести.

Легко бачити, що $d_2\big((n)(m)\big) = d_2(n) + d_2(m)$, $d_2\left(\dfrac{(n)}{(m)}\right) = d_2(n) - d_2(m)$.

Тоді різницевий визначник для біноміальних коефіцієнтів C^n_{m+k} має вигляд:

$$d_2\left(C^n_{m+k}\right) = d_2\left(\frac{(m+k)}{mk}\right) = d_2(m+k) - d_2\big((m)(k)\big) =$$
$$= m + k - \delta_2(m+k) - \big(m - \delta_2(m) + k - \delta_2(k)\big) =$$
$$\delta_2(m) + \delta_2(k) - \delta_2(m+k)$$

Отже,

$$d_2\left(C^m_n\right) = \delta_2(m) + \delta_2(k) - \delta_2(m+k) =$$
$$\delta_2(m) + \delta_2(n-m) - \delta_2(n).$$

З вище сказаного випливає друга лема.

Лема 2. Максимальний ступінь двійки, що ділить число C^m_n, дорівнює $d_2\left(C^m_n\right) = \delta_2(m) + \delta_2(n-m) - \delta_2(n)$, що дорівнює кількості переносів при додаванні чисел m і k, записаних у двійковій системі числення.

Розглянемо приклади:

$C^8_{17} = 24310$,

$17 = 8 + 9;\ \ 8_2 + 9_2 = 1000 + 1001 = 10001,$

одне перенесення, тоді 24310 : 2 = 12 155.

б) $C^{14}_{37} = 6107086800$, $37 = 14 + 23$,

$14_2 + 23_2 = 1110 + 10111 = 100101.$

Чотири перенесення, тому $C^{14}_{37} : 2^4 = 381692925.$

Проведені міркування припускають наступні узагальнення:

$n_q - \delta_q(n)$ ділиться на $q - 1$.

Якщо q – просте число, то $d_q(n) = \dfrac{n - \delta_q(n)}{q-1}$ максимальний ступінь q, на який ділиться n .

$$d_q\left(C^m_{m+k}\right) = \frac{\delta_q(m) + \delta_q(k) + \delta_q(m+k)}{q-1}.$$

Якщо q – просте число, то максимальний ступінь q , на який ділиться даний біноміальний коефіцієнт, дорівнює числу перенесень при додаванні m і k в q-ічній системі числення.

Із останньої теореми не важко отримати, що для n записаного в р-ічній системі просте число р в число C^n_{2n} входить один раз. Оцінивши (наприклад за розкладом бінома) $C^n_{2n} < 4^n$, отримуємо твердження: добуток всіх простих чисел менших n не перевищує 4^n .

Продовжуючи дослідження в області простих чисел можна одержати і інші результати, аж до теореми Чебишева: між n і $2n$ знайдеться хоча б одне просте число. Можна піти і шляхом дослідження трикутника Паскаля для C^m_n в q-ічній системі.

Очевидно, що тепер виникають ідеї застосування р-ічних систем до комбінаторних, ігрових та інших задач, які залежно від вподобань керівника і конкурсанта можна сформулювати як тему дослідницької роботи.

Учням, які брали участь у турнірах Обласного та Всеукраїнського рівня, варто не зупинятися на вирішенні турнірних задач, та продовжувати дослідницьку діяльність шляхом узагальнення обраної проблеми та пролонгацією її на суміжні розділи науки при написанні дослідницької роботи в системі Малої академії наук.

Таким чином, відбувається розширення спектру наукової тематики в роботах юних дослідників, посилення питомої ваги творчої, оригінальної частини дослідження. Зберігається та творчо використовується задачний матеріал математичних турнірів (див. [4]), складений відомими математиками України, такими як О. Г. Кукуш, О. О. Курченко, В. М. Лейфура, І. М. Мітельман, Д. Ю. Мітін, М. О. Перестюк, О. Н. Нестеренко, В. В. Плахотник, К. В. Рабець, В. М. Радченко, М. М. Рожкова, О. Ю. Теплінський, О. К. Толпиго, І. В. Федак, Л. І. Філозоф, А. В. Чайковський, В. А. Ясінський.

ЛІТЕРАТУРА

1. Лейфура В. М. Досвід роботи з математично обдарованою молоддю на Миколаївщині / В. М. Лейфура, А.І. Воробйова, І. О. Полушкіна. Наукові праці: Т. 56. Вип. 43 Педагогічні науки. – Миколаїв: Вид-во МДГУ ім. Петра Могили 2006. – С. 125–132.
2. Лейфура В. М. До питання про джерела формування тематики науково-дослідницьких робіт МАН з математики. Наукова еліта як соціально-економічний фактор розвитку держав в умовах глобалізації / В. М. Лейфура, А. І. Воробйова. – Вип. 1. – К. : Інформаційні системи, 2010. – С. 57–59.
3. Бевз В. Г. Розвиток математичних здібностей у школярів. Всеукр. дистанц. наук.-метод. конф. з міжнарод. участю. «ІТМ*плюс – 2011» / В. Г. Бевз. – м. Суми. С. 16–18.
4. Завдання для відбірних етапів XIV Всеукраїнського турніру юних математиків ім. проф. М. Й. Ядренка. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://ukrtym.blogspot.com/.

Рецензенти: Мєщанінов О. П., д.пед.н., професор;
Лебідь С. Г., к.пед. н., доцент**.**

Дата надходження статті до редколегії 15.12.2011 р.

ВОРОБЙОВА Алла Іванівна – доцент кафедри прикладної та вищої математики Чорноморського державного університету імені Петра Могили.

Коло наукових інтересів: підготовка дітей у математичних турнірах, робота з обдарованими дітьми з математики, МАН

МАЙБОРОДА Валерій Антонович – викладач математики ММК.

Коло наукових інтересів: математичні моделі оцінювання.

МАЙБОРОДА Олександр Валерійович – кандидат економічних наук, доцент кафедри вищої математики Національного університету кораблебудування імені адм. Макарова.

Коло наукових інтересів: математичні моделі оцінювання.