

## СИСТЕМНІСТЬ ТА СИМЕТРІЯ ФОРМ ЗАПИСУ ДЕЯКИХ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ

*Статтю можна вважати результатом методологічних досліджень, де пропонується один з підходів щодо використання симетрії у запису аналітичних співвідношень для різних за своєю фізичною природою явищ. Використовуючи мову універсальних фізичних констант, досліджено генезис фундаментальних термінів у науці.*

**Ключові слова:** система, симетрія, фундаментальні сталі, методологія.

*Статью можно считать результатом методологических исследований, где предложен один из подходов по применению симметрии для записи аналитических соотношений разных по своей физической сути явлений. Используя язык универсальных физических констант, исследован генезис фундаментальных терминов в науке.*

**Ключевые слова:** система, симметрия, фундаментальные константы, методология.

*The article is the result of methodological studies, where is offered one of the approach using symmetry for writing the analytical correlations different on its physical essence of the phenomenas. Using language of the universal physical constants, explored genesis fundamental term in science.*

**Key words:** system, symmetry, fundamental constants, methodology.

Проведення методичних досліджень шляхом удосконалення викладання загального курсу технічних дисциплін, зокрема фізики, електротехніки та ін., де пов'язувалися б питання системності знань школярів, студентів і освітянські аспекти, на думку авторів, є надзвичайно актуальним [1; 2]. Однак методи вирішення цього питання не є простими, оскільки потребують не лише складного лабораторного обладнання для наочних демонстрацій, але й володіння викладачем фактичним матеріалом.

Наукових і освітянських аспектів сучасної науки автори вже торкалися у роботах [1-5]. Тому цю статтю можна вважати методологічно-пошуковою працею, в якій пропонується один з підходів щодо викладання коливального руху, при вивченні якого у середній школі сьогодні необхідно використовувати досить складний (з точки зору учнів) математичний апарат: диференціальне числення. Цей розділ математики введено до шкільних програм недавно. Тому труднощі висвітлення поняття похідної на уроках математики у середній школі – проблема не лише освітянська, але й науково-методична.

Виходячи з вищенаведеного, а також ґрунтуючись на аналогіях між механікою

коливального руху маятника на пружині та коливальних напруги і електричного струму у коливальному контурі, нами запропоновано ефективний методичний прийом, який, на нашу думку, знайде відгук не лише у школярів і студентів, але й у вчителів. Між іншим, аналіз робіт [6-9], дозволяє дійти висновку, що результати методологічних досліджень Н.В. Косінова заслуговують на поширення його ідей в Україні як досить оригінального підходу щодо вирішення проблеми єдиної взаємодії. Використовуючи «мову» універсальних фізичних констант, досліджено генезис [10] фундаментальних термінів у науці та їх використання у теорії взаємодії. Розв'язування проводиться на основі з'ясування причини різкої симетрії форми запису і подібності формул законів Кулона і всесвітнього тяжіння Ньютона.

Слід зауважити, що один з авторів статті (Ковальчук В.В.) уже звертав увагу на таку симетрію, проводячи аналіз фундаментальних сталей у публікаціях [11; 12].

Наприкінці 70-х ХХ ст. науковцями відзначалася велика кількість аналогій у фізиці, систематизацію якої успішно здійснено у посібнику [13]. На той час до навчальної програми з математики у середній школі не входили такі поняття, як

похідна, елементи інтегрального та диференціального числення. Тому у посібнику [13] змістовно і ґрунтовно (але на рівні елементарної математики) проводилася аналогія у формах запису кінетичної енергії та енергії магнітного поля, потенціальної енергії та енергії електричного поля і т. ін. Дана стаття розвиває, доповнює і поглиблює аналогії, що висвітлені у працях [1-13].

При вивченні фізичних процесів, які відбуваються в ідеальному електричному коливальному контурі (ЕКК), де послідовно з'єднані індуктивність  $L$  і ємність  $C$ , зручно звернутися до аналогії з коливанням маятника на пружині (МП). Такі аналогії у підручниках з фізики для середніх шкіл (наприклад [14]), на жаль, висвітлені не повно, або взагалі на них не звертається увага.

У табл. 1 наведено формальну аналогію, власне, математичну симетрію форм запису різних за фізичною сутністю таких процесів: періодична зміна електричного заряду ( $q$ ) і значення струму ( $I$ ) (у ЕКК), зміщення від положення рівноваги ( $x$ ) і швидкості ( $v$ ) (у МП). Порівнюючи вирази (у нижній частині табл. 1), дійдемо висновку, що роль коефіцієнта пружності відіграє величина, яка обернена ємності  $C$ , а роль маси – величина індуктивності  $L$ .

Зосередимо увагу на аналогії форми запису рівнянь для визначення потенційної ( $E_{п}$ ) і кінетичної ( $E_{к}$ ) енергій (для МП) з енергіями магнітного ( $E_{мп}$ ) і електричного полів ( $E_{еп}$ ) (у ЕКК) відповідно. Концентруючи увагу учнів на таких аналогіях, слід підкреслити також аналогію між інертністю і явищем самоіндукції.

Для учнів «техніка» диференціювання чудово «відшліфовується» у процесі визначення: 1) швидкості тіла, що коливається у МП; 2) значення струму у ЕКК. Крім цього, непрості алгебраїчні перетворення при визначенні загальної енергії ( $E_{заг}$ ) системи (МП і ЕКК) мають неабиякий сенс щодо збагачення математичної культури учнів.

Нагадаємо, як відбуваються вільні електричні коливання у ЕКК.

Електричні коливання (напруги і струму) виникають, якщо конденсатор з ємністю  $C$ , що заряджений від джерела сталої електрорушійної сили (ЕРС), підключити до котушки з індуктивністю  $L$ , через яку проходить розрядка конденсатора. Покажемо, що ця розрядка не може відбуватися миттєво.

Дійсно, з формули енергії магнітного поля котушки індуктивності

$$(E_{мп} = \frac{Li^2}{2})$$

впливає, що миттєва розрядка призведе до стрибка енергії, що неможливо. З іншого боку, оскільки ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_i = -L \frac{di}{dt},$$

то під час миттєвої розрядки ( $\Delta t = 0$ ) і стрибка струму ( $\Delta i \neq 0$ ) ЕРС  $\varepsilon_i \rightarrow \infty$ , що також неможливо.

Отже, струм розрядки конденсатора повинен рости поступово, але не довільно, відповідно до зміни протидіючої ЕРС самоіндукції. Коли спад напруги на конденсаторі дорівнюватиме нулю, струм у контурі досягне максимального значення ( $I_m$ ), і вся енергія електростатичного поля конденсатора

$$(E_{еп} = \frac{CU_m^2}{2})$$

«перекачається» в енергію магнітного поля котушки індуктивності

$$(E_{мп} = \frac{LI_m^2}{2}).$$

Коли струм розрядки перестане зростати, почне зменшуватися магнітне поле котушки індуктивності. І оскільки ЕРС самоіндукції при цьому перешкоджає зменшенню струму, то цей процес відбувається також поступово. Потім конденсатор заряджається знову, тільки знаки зарядів на його обкладинках протилежні порівняно з початковим станом. Коли ж струм, який заряджає конденсатор, дорівнюватиме нулю, вся енергія магнітного поля котушки індуктивності перейде до електростатичної енергії поля конденсатора, а спад напруги на його обкладинках досягне попереднього значення. Далі процес повторюватиметься.

Слід підкреслити, що струм і напруга у ЕКК змінюються за гармонічним законом (хоча конденсатор заряджається від постійної ЕРС). Якщо елементи вищої математики (процедура диференціювання) викликає в учнів певні труднощі, коли потрібно знаходити першу (значення струму), а потім і другу (ЕРС самоіндукції) похідну від функції (електричний заряд), що має складний аргумент, можна запропонувати таку наочну логіку висвітлення вільних коливань у ЕКК. Для цього розглянемо ЕКК, наведений на рис. 1. Якщо ЕРС джерела змінюється за гармонічним законом (тобто  $e = E_m \sin \omega t$ ), у момент резонансу напруг  $X_L = X_C$ , тобто

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C},$$

звідси резонансна частота:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

(а період коливань  $T = \sqrt{LC}$ ). Тоді миттєве значення спаду напруги на котушці індуктивності дорівнюватиме миттєвому спаду напруги на конденсаторі, однак їх значення знаходяться у протифазі. Потому їх сума (напруга між точками А і В (рис. 1))  $u_{AB} = u_L + u_C = 0$ . Однак якщо між точками А і В напруга дорівнюватиме нулю, і ці точки з'єднати провідником, то струму в цьому провіднику не буде, і режим кола не зміниться. Якщо опором з'єднувальних провідників знехтувати, то все електричне коло можна поділити на два окремих контури (рис. 2), до одного з яких належить джерело живлення  $E$  і активний опір  $R$ , а до іншого – котушка індуктивності  $L$  і конденсатор

ємністю  $C$  – ідеальний ЕКК. Відповідно до умов задачі, в кожному з контурів проходить змінний (за гармонічним законом) електричний струм, який буде існувати нескінченно.

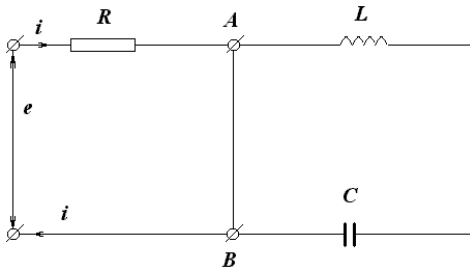


Рис. 1

Пояснити, чому електричний струм  $i$  і напруга в ЕКК змінюються за гармонічним законом, можна, використовуючи такі міркування.

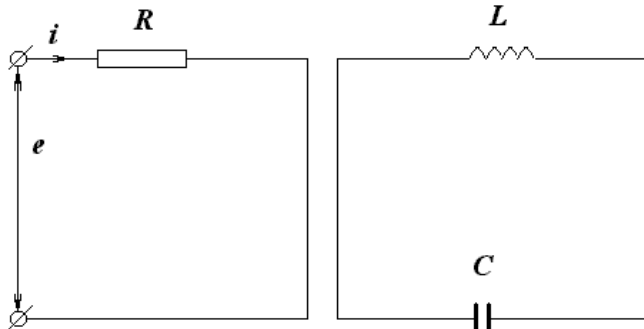


Рис. 2

Запишемо другий закон Кірхгофа для миттєвих значень спаду напруг на індуктивності та ємності:  $u_L + u_C = 0$ , або  $u_L = -u_C$ . Однак, а

$$u_C = \frac{1}{C} \int idt .$$

Звідси

$$L \frac{di}{dt} = - \frac{1}{C} \int idt .$$

У останньому співвідношенні до лівої і правої частин входить одна й та ж функція – миттєве значення електричного струму ( $i$ ), але під взаємно протилежні математичні оператори: диференціювання та інтегрування, відповідно. Це можливо лише у випадку, коли ця функція (електричний струм) змінюється за гармонічним законом (сінуса чи косинуса), оскільки похідна від сінуса – це косинус, а інтеграл від сінуса – мінус косинус (з точністю до сталої, яку, до речі, можна прирівняти до нуля).

Дослідження фундаментальних фізичних констант на предмет виявлення генетичного зв'язку між ними доводять глобальний зв'язок між константами [3-8]. Це пояснюється, в першу чергу, існуванням групи первинних констант, з яких складаються фундаментальні константи, універсальні суперстали (УСС) [3]. Група цих сталих (п'ять первинних УСС) дозволяє виявити особливості фізичних сталих, наприклад, фундаментальної гравітаційної сталої Ньютона

$$(G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot m^2}{кг^2}).$$

Виявляється, що стала  $G$  є складною величиною, що містить у собі сталу Планка  $h = 6,6262 \cdot 10^{-34}$  Дж · с, швидкість світла

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с},$$

а також інші константи електромагнетизму [6-9].

До УСС належать п'ять констант:

1. фундаментальний квант дії  $h_U = 7,69558071(63) \cdot 10^{-37}$  Дж · с;
2. фундаментальна довжина  $l_U = 2,2817940285(31) \cdot 10^{-15}$  м;
3. фундаментальний квант часу  $t_U = 0,939963701(11) \cdot 10^{-23}$  с;
4. постійна тонкої структури  $\alpha = 7,297352533(27) \cdot 10^{-3}$  Д;
5. число  $\pi$  ( $\pi = 3,141592653589$ ).

З'явилася реальна можливість з'ясувати, чи існує зв'язок між електромагнетизмом і гравітацією, а також підступитися до вирішення проблеми єдиної взаємодії (ПЄВ). Зупинимося детальніше на визначенні фундаментальних фізичних констант через УСС, що дозволяє підійти до вирішення ПЄВ. Пошук єдиної взаємодії, яка зводить воедино чотири фундаментальних взаємодії, – це одна з найскладніших нерозв'язаних задач фізики. Сучасні спроби об'єднання сильної, слабкої, електромагнітної і гравітаційної взаємодій ґрунтуються, власне, на пошуку саме тих умов, при яких сталі взаємодії збігаються за своїми значеннями. Якщо існує єдина константа зв'язку, тоді можливо реалізувати об'єднання взаємодій. Однак такий підхід поки що не довів свою спроможність підбадьорюючими результатами, і розв'язок ПЄВ пропонується шукати в іншому напрямку.

Замість пошуку умов, при яких сталі взаємодії можуть збігатися, доцільно досліджувати генезис фундаментальних взаємодій.

Єдність фундаментальних фізичних констант указує на існування єдності електромагнітних і

гравітаційних сил. Зокрема, до рішення цієї проблеми може підштовхнути з'ясування такого питання. Чому так схожі за формою запису закони Кулона і всесвітнього тяжіння Ньютона? Настільки різні типи взаємодії виявилися такими схожими в математичному сенсі для визначення сил. В одному законі фігурують заряди, а в іншому – маси. Але математичні формули однакові!!! Що ж криється за такою симетрією? Можна запропонувати три шляхи щодо вирішення цих питань.

По-перше. Треба з'ясувати, який зв'язок існує між масою і зарядом. Тобто це пошук відповіді на питання: чи існує електромагнітна маса?

Друге. З'ясування сутності гравітаційної константи  $G$ . Можливо, саме в ній приховано зв'язок між електрикою і гравітацією.

У [6; 7] отримана формула для гравітаційної константи  $G$ :

$$G = \frac{h_u \cdot l_u}{t_u \cdot m_e^2 \cdot D_0} \quad (1)$$

Ця формула показує, що гравітаційна стала складається з констант електромагнетизму, в тому числі постійної Планка.

По-третє. Можна припустити, що і закон Кулона, і закон Ньютона є фрагментами якогось більш універсального фундаментального закону для визначення сили. Якщо подібність формул є не випадковою, то повинен існувати єдиний закон, який у приватному випадку виявляється як закон Кулона (у електриці), або як закон Ньютона (для гравітації).

Отже, єдиний закон для визначення сили дійсно існує. І закон Кулона, і закони Ньютона – дійсно його конкретні прояви.

Використовуючи УСС, існує конкретна можливість виявити не просто математичну симетрію форм запису цих законів, а встановити їх зв'язок на фундаментальному рівні. Далі детальніше зупинимося на підході щодо вирішення зазначеної проблеми. Через п'ять УСС формула сили може бути записана у вигляді, що має назву універсальної формули сили (УФС) [8]:

$$F = \frac{h_u}{t_u \cdot l_u} \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_3^2} \quad (2)$$

До УФС входять УСС ( $h_u$ ,  $l_u$ ,  $t_u$ ), а також безрозмірні коефіцієнти  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ . Коефіцієнти  $k_1$ ,  $k_2$  являють собою або добуток нормалізованих до елементарної маси взаємодіючих мас, або добуток нормалізованих до елементарного заряду зарядів, або навіть добуток нормалізованих до елементарного струму електричних струмів. Коефіцієнт  $k_3$  – це відношення довжини і фундаментальної довжини. Множник

$$\left( \frac{h_u}{t_u \cdot l_u} \right)$$

є новою фізичною константою, що має розмірність сили. Тому резонно назвати цю сталу фундаментальною константою сили [7]. Її значення дорівнює  $29,0535047(31) \text{ Н}$ . УФС

перетворюється на другий закон Ньютона  $F = ma$ , якщо прийняти  $k_1 = m/m_e$ ,  $k_2 = l/l_u$ ,  $k_3 = l/l_u = t/t_u$ , тобто

$$F = \frac{h_u}{t_u \cdot l_u} \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_3^2} = ma \quad (3)$$

Закон Кулона випливає з УФС для  $k_1 = q_1/e$ ,  $k_2 = q_2/e$ ,  $k_3 = l/l_u = t/t_u$ :

$$F = \frac{h_u}{t_u \cdot l_u} \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_3^2} = \frac{q_1 \cdot q_2}{I^2} \quad (4)$$

Якщо  $k_1 = m_1/m_e$ ,  $k_2 = m_2/m_e$ ,  $k_3 = l/l_u = t/t_u$ , а також змінивши фундаментальний квант дії  $h_u$  на гравітаційний квант  $h_g = h_u/D_0$ , УФС перетворюється в таку формулу:

$$F = \frac{h_g}{t_u \cdot l_u} \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_3^2} = \frac{h_u \cdot l_u}{t_u \cdot m_e^2 \cdot D_0} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{I^2} \quad (5)$$

Комбінація констант у першому множнику в точності збігається з формулою для обчислення гравітаційної константи  $G$  (див. формулу (1)). Тобто (5) – закон всесвітнього тяжіння Ньютона. У формулі (5) фізична константа, що має розмірність сили, визначається аналогічно до фундаментальної константи сили. Співвідношення для цієї константи має вид:

$$F_{\text{уг}} = \frac{h_g}{t_u \cdot l_u}, \quad (6)$$

а її значення дорівнює  $6,9731134 \cdot 10^{-42} \text{ Н}$ .

Таким чином, і закони механіки, і закон гравітації, і закон електростатики виражаються єдиною формулою – УФС, що свідчить про єдину природу взаємодії.

Рис. 3 схематично ілюструє зв'язок УФС з фізичними законами: Ньютона, Галілея, Кулона, Ампера.

Дослідження показали, що з УФС випливають ще два закони:  $F = mb$  та  $F = G_u v^2$  [7]. Формула  $F = mb$  визначає зв'язок сили з дефектом маси. Сталою в цій формулі є фундаментальне прискорення  $b = 3,189404629(36) \cdot 10^{31} \text{ м/с}^2$  [9]. Друга формула  $F = G_u v^2$  – нова універсальна взаємодія [6-9]. Константою в цій формулі є нова фізична стала  $G_u = 2,56696941(21) \cdot 10^{-45} \text{ Н с}^2$ .

За «генетичним зв'язком» усі типи взаємодії розташовуються таким чином: універсальні, електромагнітні, сильні, слабкі, гравітаційні. Тобто підґрунтям усіх типів взаємодій є саме універсальна взаємодія. П'ятий тип взаємодії є характерним для фізичного вакууму і не пов'язаний із взаємодією частинок речовини. УФС ілюструє, що значення електричних, магнітних, механічних і гравітаційних сил залежать не стільки від абсолютних значень мас, зарядів, струмів і відстаней, скільки від їх співвідношення з фундаментальними константами – масою електрона, елементарним електричним зарядом, елементарним струмом і фундаментальною довжиною. Таким чином, причиною різночотності подібності формул у законах Кулона і всесвітнього тяжіння Ньютона є фундаментальна єдність сил інерції, гравітації та електромагнетизму через закон  $F = G_u v^2$  і УФС.

Виходячи з усього вищенаведеного, можна зробити висновок, що не лише аналогії, але й математична симетрія форми запису аналітичних співвідношень можуть бути раціональними

ідеями у процесі формування ефективної методики викладання технічних, природничих дисциплін.

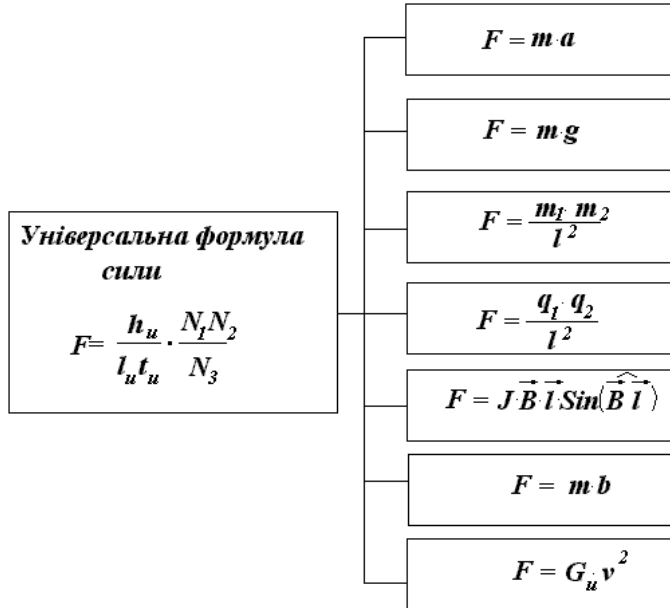


Рис. 3

Таблиця 1

МЕХАНІКА		ЕЛЕКТРОДИНАМІКА	
Зсув	$X = X_m \sin(\omega t + \varphi)$	Заряд	$q = q_m \sin(\omega t + \varphi_0)$
Швидкість	$\dot{X} = X_m \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$	Струм	$\dot{q} = q_m \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$
Кінетична енергія	$E_k = \frac{m v^2}{2} = \frac{m}{2} X_m^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)$	Енергія магнітного поля	$E_m = \frac{L I^2}{2} = \frac{L}{2} q_m^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)$
Потенціальна енергія	$E_n = \frac{k x^2}{2} = \frac{k}{2} X_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)$	Енергія електричного поля	$E_{en} = \frac{q^2}{2c} = \frac{q_m^2}{2c} \sin^2(\omega t + \varphi_0)$
Повна енергія механічної системи	$E_{tot} = E_k + E_n = \frac{m}{2} X_m^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{k}{2} X_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{m}{2} X_m^2 \frac{k}{m} \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{k}{2} X_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{k X_m^2}{2} \neq f(t)$	Повна енергія коливального контуру	$E_{tot} = E_{mn} + E_{en} = \frac{L q_m^2}{2c} \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) + \frac{q_m^2}{2c} \sin^2(\omega t + \varphi_0) = \frac{q_m^2}{2c} \neq f(t)$
Частота	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	Частота	$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
ФОРМАЛЬНІ АНАЛОГІЇ			
Зсув	$x \rightarrow q$	Електричний заряд	
Швидкість	$v \rightarrow I$	Електричний струм	
Кінетична енергія	$E_k \rightarrow E_{mn}$	Енергія магнітного поля	
Потенціальна енергія	$E_n \rightarrow E_{en}$	Енергія електричного поля	
Жорсткість пружини	$k \rightarrow 1/C$	Ємність конденсатора	

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Ковальчук В.В. Основи наукових досліджень: Навчальний посібник. – К.: ВД «Слово». – 2009. – 239 с.
2. Ковальчук В.В., Кравченко (Долінська) Л.В. Вступ у теорію систем та теорію управління: Навчальний посібник. – К.: ВД «Професіонал». – 2010. – 205 с.
3. Ковальчук В.В., Кравченко (Долінська) Л.В. Про формування концепцій у процесі навчання учнів і студентів // Наукові праці: Науково-методичний журнал. Педагогічні науки. – Миколаїв: Вид-во Чорноморський державний гуманітарний університет ім. Петра Могили, 2010. – Т. 123. – Вип. 110. – С. 6-12.
4. Ковальчук В.В., Редько Г.Б. Про структурування у загальній фізиці // Науковий вісник ПДПУ ім. К.Д. Ушинського. – 1998. – № 2-3. – С. 29-35.
5. Ковальчук В.В., Редько Г.Б. Система одиниць фізичних величин та їх значення // Науково-методичний збірник / Під ред. проф. Згуровського – К.: Мін. освіти України, 1998. – № 14. – С. 122-129.

6. Kosinov N. Five Fundamental Constants of Vacuum, Lying in the Base of all Physical Laws, Constants and Formulas // Physical Vacuum and Nature – 2000. – № 4. – С. 12-15.
7. Косинов Н.В. Электродинамика физического вакуума // Физический вакуум и природа. – 1999. – № 1. – С. 11-15.
8. Косинов Н.В. Проблемы происхождения – новое направление физических исследований // Физический вакуум и природа. – 2000. – № 4. – С. 22-24.
9. Косинов Н.В. Проблема вакуума в контексте нерешенных проблем физики // Физический вакуум и природа. – 2000. – № 3. – С. 32-36.
10. Паньков М.І. Мова науки: становлення категоріальних форм дисциплінарного знання. Частина 1. – К: Професіонал. – 2010. – 98 с.
11. Ковальчук В.В. Моїсєєв Л.М., Дмитрієва М.В. Методичні зауваження щодо становлення квантової теорії: математичні аналогії // Наука і освіта. – 2003, № 5. – С. 23-29.
12. Ковальчук В.В. Моїсєєв Л.М., Моїсєєва В.О. Математична симетрія форм запису деяких закономірностей // Наука і освіта. – 2002. – № 1. – С. 133-137.
13. Редько Г.Б. Аналогії у курсі фізики середньої школи / Посібник для вчителів. – К.: Радянська школа. – 1980. – 55 с.
14. Гончаренко С.У. Фізика-11. Підручник для середньої школи. – К.: Радянська школа, 1998. – 186 с.

**Рецензенти:** д.ф.-м.н., професор Дроздов В.О.;  
д.пед.н., професор Букач М.М.

© Бердієв Б.Ч., Долінська Л.В.,  
Ковальчук В.В., Манзарук М.О., 2010

Стаття надійшла до редколегії 04.06.2010 р.