

## МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДАМИ ЗА ДОПОМОГОЮ Z-ФОРМ

*Показана можливість використання передавальної функції безперервної системи для перетворення в еквівалентну їй дискретну передавальну функцію. Наведений конкретний приклад використання методу цифрової апроксимації на основі z-форм. Побудовані перехідні характеристики цифрової моделі сумісно з перехідною характеристикою безперервної моделі.*

**Ключові слова:** моделювання, системи автоматичного керування, електропривод, z-форма, передавальна функція

*The possibility of using a continuous-system transfer function to convert it into an equivalent discrete transfer function is demonstrated. The specific example of using the digital approximation method based on z-forms is given. The transient response of digital and continuous models are constructed.*

**Key words:** modeling, automatic control system, electrical drive, z-form, transfer function

**Вступ. Постановка проблеми.** Загальновідомо, що моделювання безперервної системи потребує опису її динаміки за допомогою дискретної передаточної функції. Як зазначається в [1; 2; 3], подібний аналіз зазвичай складається з двох етапів:

1. Опис безперервної системи за допомогою цифрової моделі;

2. Моделювання на обчислювальній техніці.

Існує багато способів заміни безперервної системи цифровою моделлю. Як правило, використовуються три методи: введення в безперервну систему пристроїв вибірки та зберігання, чисельне інтегрування, апроксимація за допомогою z-форм.

Найбільш простий шлях приблизного опису безперервної системи цифровою моделлю – це введення фіктивних пристроїв вибірки та зберігання у відповідні точки структурної схеми. У цьому випадку система може бути описана дискретними передавальними функціями або різницевиими рівняннями стану.

Другий поширений метод цифрового моделювання безперервних систем полягає у використанні чисельного інтегрування. Оскільки інтегрування – найбільш важка математична операція для обчислювальної техніки і потребує великих витрат часу, її цифрове моделювання має велике значення. Замість введення фіктивних пристроїв вибірки та зберігання в безперервну систему в розглядуваному методі використовується приблизний опис безперервної операції інтегрування чисельними методами. Ця задача може бути також сформульована як цифрове моделювання інтеграторів  $p^{-1}$  на безперервній діаграмі стану.

Проте розглядувані вище методи є незручними, зокрема, тому що в передавальній функції системи спочатку повинні бути в явному вигляді виділені інтегратори, які потім замінюються схемами чисельного інтегрування. Спрощена процедура заснована на використанні z-форм. Метод z-форм є більш простим у зв'язку з тим, що має можливість використовувати безпосередньо передавальну функцію безперервної системи в  $p$ -області для перетворення її в еквівалентну дискретну передавальну функцію в  $z$ -області

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Моделюванню безперервних систем автоматичного керування та їх дискретизації присвячена велика кількість робіт [4; 5; 6; 7 та інші]. Ці питання також вивчаються в багатьох роботах із теорії автоматичного керування та систем керування електроприводами, в яких розглядаються питання дискретизації безперервних систем керування. Проаналізувавши сучасні підходи до вирішення задач заміни безперервних систем цифровими, можна зазначити, що таку заміну можливо досить зручно здійснити за допомогою z-форм.

**Формулювання мети статті.** Метою статті є висвітлити результати дослідження безперервних систем автоматичного керування електроприводами за допомогою z-форм на основі аналітичних методів розрахунку.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Етапи опису реакції безперервної системи за допомогою методу z-форм можна сформулювати таким чином:

– записують зображення за Лапласом вихідного сигналу системи  $Y(p)$  в вигляді раціональної функції за степенями  $p^{-1}$  ;

- замінюють  $p^{-n}$  відповідними z-формами;
- для отримання  $Y_A(z)$  ділять вираз, що отриманий на останньому етапі, на період квантування  $T$ ;
- діленням чисельника на знаменник перетворюють  $Y_A(z)$  в степеневий ряд виду  $y_A(0) + y_A(T)z^{-1} + y_A(2T)z^{-2} + \dots + y_A(kT)z^{-k} + \dots$ , де  $y_A(kT)$  – приблизне значення реакції  $y(t)$  при  $t = kT$ .

Як приклад застосування методу цифрової апроксимації на основі z-форм розглянемо передавальну функцію розімкнутої системи керування:

$$W(p) = \frac{K}{p+1},$$

де  $K$  – постійний коефіцієнт підсилення. Структурна схема вихідної безперервної системи показана на рис. 1.

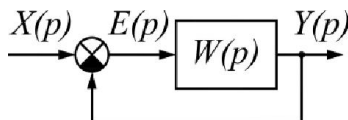


Рис. 1. Структурна схема вихідної системи

Запишемо передавальну функцію замкнутої системи у вигляді:

$$\Phi(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{p+K+1},$$

де  $X(p), Y(p)$  – відповідно вхідний та вихідний сигнали системи.

Для одиничного ступінчастого вхідного сигналу зображення вихідного сигналу:

$$Y(p) = \frac{K}{p(p+K+1)}.$$

Помножуючи чисельник і знаменник останнього виразу на  $p^{-2}$ , отримаємо:

$$Y(p) = \frac{Kp^{-2}}{(1+K)p^{-1}+1}.$$

Підставляючи тепер відповідні z-форми [1] для останнього виразу та помножуючи результат на  $p$ , отримаємо:

$$Y_A(z) = \frac{1}{T} \frac{\frac{T^3}{12} K \left[ \frac{1+10z^{-1}+z^{-2}}{(1-z^{-1})^2} \right]}{\frac{T}{2} (1+K) \left[ \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right] + 1}.$$

Спрощуючи останній вираз, остаточно запишемо:

$$Y_A(z) = \frac{\frac{T^2 K}{6} (1+10z^{-1}+z^{-2})}{(2+T+TK) + (-4+2TK)z^{-1} + (6-T+TK)z^{-2}}.$$

Корені рівняння

$$(6-T+TK)z^{-2} + (-4+2TK)z^{-1} + (2+T+TK)$$

визначають стійкість цифрової моделі, що отримана за допомогою z-форм.

Аналогічно, замінюючи z-формами передавальну функцію розімкнутої системи керування з одиничним зворотним зв'язком:

$$W(p) = \frac{K}{p(p+1)},$$

отримаємо:

$$Y_A(z) = \frac{1}{T} \frac{\frac{T^3}{2} K \left[ \frac{z^{-4}+z^{-2}}{(1-z^{-1})^3} \right]}{1 + \frac{T}{2} \left[ \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right] + \frac{T^2 K}{12} \left[ \frac{1+10z^{-1}+z^{-2}}{(1-z^{-1})^2} \right]}$$

Спрощуючи останній вираз, остаточно отримаємо:

$$Y_A(z) = \frac{6T^2 K (z^{-1}+z^{-2})}{(1-z^{-1}) \left[ (12+6T+T^2 K) + (-24+10T^2 K)z^{-1} + (12-6T+T^2 K)z^{-2} \right]}$$

Два кореня рівняння

$(12+6T+T^2 K)z^2 + (-24+10T^2 K)z^{-1} + (12-6T+T^2 K) = 0$  визначають стійкість цифрової моделі, що отримана за допомогою z-форм.

Застосовуючи критерій стійкості, можна показати, що значення  $K$  і  $T$ , які відповідають стійкій моделі, пов'язані залежністю [2], що наведена на рис. 2.

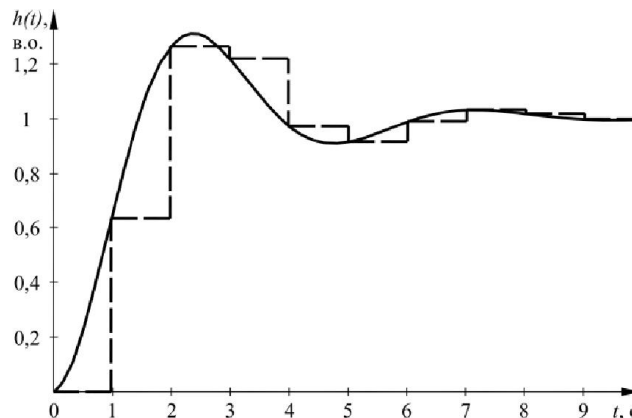
Також для всіх значень  $K$  і  $T$ , які відповідають стійкій цифровій системі, кінцеве значення  $Y_A(kT)$  дорівнює одиниці:

$$\lim Y_A(kT) = \lim (1-z^{-1})Y_A(z) = 1.$$



Рис. 2. Максимальні значення  $K$  і  $T$  для стійкої цифрової системи

Перехідна функція цифрової моделі для побудови було використане програмне забезпечення  $K = 2, T = 1$  спільно з перехідною функцією вихідної Matlab Simulink з використанням рекомендацій безперервної системи наведені на рис. 3. Для авторів [8; 9].



**Рис. 3.** Перехідна характеристика  $h(t)$  системи при  $K = 2, T = 1$  для безперервної (суцільна лінія) та цифрової (пунктирна лінія) моделей

Для розглядуваного прикладу отриманий перехідний процес з наступними показниками якості керування: перегулювання  $\sigma = 25\%$ ; час перехідного процесу  $t_{\text{шт}} = 9$  с.

#### Висновки

1. На конкретному прикладі розглянутий метод цифрової апроксимації на основі z-форм та отримані

перехідні характеристики цифрової моделі та вихідної безперервної системи.

2. Для всебічного дослідження та вирішення задач проектування систем автоматичного керування електроприводами необхідно застосовувати аналітичні методи.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования / Г. Деч. – М. : Наука, 1971. – 288 с.
2. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления / Б. Куо. – М. : Машиностроение, 1986. – 448 с.
3. Глазырин А. С. Математическое моделирование электромеханических систем. Аналитические методы / А. С. Глазырин. – Томск : Изд-во ТПУ, 2009. – 216 с.
4. Мороз В. І. Вплив методу дискретизації на поведінку систем цифрового керування / В. І. Мороз, І. Г. Головач, Я. С. Паранчук // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія й практика» науково-виробничого журналу. – Кременчук : КрНУ, 2012. – Вип. 3/2012 (19). – С. 340–341.
5. Репнікова Н. Б. Синтез цифрових систем управління із запізненням / Н. Б. Репнікова, І. А. Приймак, О. М. Борцова // Нові технології. Науковий вісник Кременчуцького університету економіки, інформаційних технологій і управління. – Кременчук, 2011. – № 1 (31). – С. 78–81.
6. Гончаренко Б. М. Аналітичне конструювання дискретної системи керування аперіодичним об'єктом з запізненням / Б. М. Гончаренко, О. П. Лобок // Харчова промисловість. – 2011. – № 10. – С. 323–326.
7. Гудвин Г. К. Проектирование систем управления / Г. К. Гудин, С. Ф. Гребне, М. Э. Сальгадо. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 911 с.
8. Дьяконов В. П. Simulink 5/6/7: Самоучитель / В. П. Дьяконов. – М. : ДМК-Пресс, 2008. – 784 с.
9. Герман-Галкин С. Г. Проектирование мехатронных систем на ПК / С. Г. Герман-Галкин. – СПб. : КОРОНА-Век, 2008. – 368 с.

**Рецензенти:** Кондратенко Ю. П., д.т.н., професор;  
Гожий О. П., к.т.н., доцент.

© Кириченко О. С., Білюк І. С., Бугрім Л. І., 2013

Дата надходження статті до редколегії 10.05.2013 р.

**КИРИЧЕНКО О. С.**, асистент кафедри автоматики, Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова.

**БІЛЮК І. С.**, к.т.н., старший викладач кафедри автоматики, Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова.

**БУГРІМ Л. І.**, к.т.н., доцент, кафедра автоматики, Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова.