

МЕТОДИКА ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ БІОМЕДИЧНИХ СИГНАЛІВ ЗАСОБАМИ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ MAPLE

Розглядається методика обробки одновимірних біомедичних сигналів (типу часових послідовностей) із застосуванням дискретного вейвлет-перетворення на прикладі зашумленого сигналу. Модельний сигнал очищається, стискається та синтезується засобами системи комп'ютерної математики MAPLE. Синтезована (відновлена) копія порівнюється зі вхідним сигналом за допомогою кількісних мір близькості.

Ключові слова: вейвлет-аналіз, дискретні вейвлет-перетворення, медико-біологічні сигнали, очистка шумів, стискання, відновлення, міри близькості.

Рассматривается методика обработки одномерных биомедицинских сигналов (типа временных рядов) с использованием дискретного вейвлет-преобразования на примере зашумленного сигнала. Модельный сигнал очищается, сжимается и синтезируется средствами системы компьютерной математики MAPLE. Синтезированный (восстановленный) сигнал сравнивается со входным сигналом при помощи количественных мер близости.

Ключевые слова: вейвлет-анализ, дискретные вейвлет-преобразования, медико-биологические сигналы, очистка шумов, сжатие, восстановление, меры близости.

A processing method for one-dimension biomedical signals (time sequences of type) using discrete wavelet transforms is considering with a noised signal for instance. Model signal is de-noised, compressed and synthesized by tools of the computer mathematics system MAPLE. The synthesized (restored) copy is compared with input signal by quantitative measures of closeness.

Key words: wavelet-analysis, discrete wavelet transforms, bio-medical signals, de-noising, compressing, restoring, measures of closeness.

Постановка проблеми. Більшість традиційних біомедичних діагностичних сигналів, як-от: електрокардіограми, електроенцефалограми, плетизмограми, пульсограми тощо, по-перше, одновимірні (1D), по-друге, суттєво нестационарні і найчастіше цифрові послідовності, задані в часовому представленні. Вейвлети (від англ. «wavelet»), себто «хвилька») – потужний сучасний інструментарій, який останнім часом уживають для обробки таких сигналів та стискання отриманих даних. Вейвлет-перетворення є корисною альтернативою перетворенню Фур'є у багатьох практичних ситуаціях [1-5], зокрема для аналізу біо-медичних сигналів [1; 4; 7].

Аналіз досліджень і публікацій. Під час традиційного Фур'є-аналізу сигнал розкладають на періодичні гармонічні компоненти (хвилі), локалізовані за частотами, але делокалізовані в часі. У той час як для вейвлет-аналізу характерним є те, що сигнал розкладають на компоненти, добре локалізовані як в часі, так і в частотному діапазоні [1; 2; 3].

Вейвлети – це перенесені в часі (b) та масштабовані (a) копії, або так звані «дочірні

вейвлети» деякої швидко осцилюючої функції — так званого «материнського вейвлета»: $\Psi(t)$.

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

Ідея вейвлет-перетворень полягає в розкладанні сигналу за базисною системою функцій, котрі мають локальний сплеск і швидко убувають на нескінченності [1; 2; 3]. Усі вейвлети в частотному діапазоні виглядають набором із двох вузькосмугових частотних фільтрів – НЧ та ВЧ. Саме тому вейвлет-перетворення особливо придатні для випадків, коли сигнали, які потрібно аналізувати, неперіодичні.

Вирізняють безперервне вейвлет-перетворення (CWT), яке застосовують звичайно до безперервних (аналогових) сигналів, для яких масштаби та перенесення (a, b) можуть приймати будь-які безперервні значення. Традиційним комп'ютерним інструментом таких аналізів визнають відому систему комп'ютерної математики MATLAB, яка має спеціальний програмний пакет для безперервних вейвлет-перетворень [2; 3; 7]. Інколи, переважно з

навчальною метою, застосовують також простіший програмний інструментарій системи MATHCAD [3].

У дискретних вейвлет-перетвореннях (DWT) мають справу з дискретними (цифрованими) сигналами з використанням дискретного набору масштабів ($a = 2^m$) та перенесень ($b = k \cdot 2^m$), де цілі числа $m = 0, 1, \dots, m_{\max}$ визначають рівні масштабування сигналу. Найвищий рівень масштабування визначається довжиною вектора (масиву) вхідних даних: якщо N – довжина вектору даних (кількість відліків), то $2^{m_{\max}}$ мусить бути дільником числа N . Окрім того, DWT розкладає сигнал на лінійну комбінацію взаємно ортогональних вейвлетів, що є однією з основних відмінностей від SWT – безперервного вейвлет-перетворення, у якому сигнал розкладається за неортогональними функціями, із будь-якими значеннями перенесень та масштабів [1-3].

Компактний, потужний та доволі зручний у роботі програмний пакет для здійснення таких практично важливих перетворень сигналів щойно з'явився в останніх версіях системи комп'ютерної математики MAPLE (пакет *DiscreteTransforms*) [5], утім, прийоми роботи з цим пакетом, як і його можливості, ще недостатньо відомі серед фахівців із вейвлет-аналізу даних.

Метою цієї роботи є демонстрація можливостей та вдосконалення методики застосування засобів нового програмного пакету на прикладі моделі одно-вимірною, викривленого шумами сигналу.

Виклад основного матеріалу. У практично важливій галузі дискретного вейвлет-аналізу (DWT), який переважно застосовується в комп'ютеризованих медичних вимірювальних системах та розрахунках, базисом слугують локалізовані ортогональні функції (загальна назва – вейвлети), різновидів яких відомо вже декілька тисяч, і які підкоряються таким умовам [5]:

$$\left. \begin{aligned} \phi(x) &= \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} h_n \phi(2x - n) \\ \psi(x) &= \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} g_n \psi(2x - n) \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

де $\phi(x), \psi(x)$ – відповідно так звані батьківський (відомий також як скейлінг-функція) та материнський вейвлети, які доволі часто неможливо визначити в символічній (аналітичній) формі, тобто у вигляді деяких замкнених виразів. За таких умов набори амплітудних коефіцієнтів (2) h_n, g_n визначають ці вейвлети і всі числові алгоритми оперують із такими цифровими наборами.

Вимога ортонормованості батьківських вейвлетів зводиться до певних вимог стосовно амплітудних коефіцієнтів h_n, g_n рівнянь (2), а саме:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} h_n h_{n+2k} &= \delta_{0,k} \\ \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} g_n g_{n+2k} &= \delta_{0,k} \\ \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} h_n g_{n+2k} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (3)$$

Амплітудні коефіцієнти з рівнянь (2, 3) відомі під назвою «коефіцієнти вейвлетів», або інакше як сукупність двох фільтрів: НЧ-фільтру (сукупність h_n) та ВЧ-фільтру (g_n). Число коефіцієнтів у сукупностях (число n_{\max} , яке повинно бути парним для деяких вейвлетів) називають «довжиною фільтрів».

Хоча, як уже зазначалося вище, відомо декілька тисяч різноманітних вейвлетів, на разі кожна система комп'ютерної математики, зокрема і MAPLE, оперує лише з декількома типами вейвлетів. MAPLE пропонує користувачам чотири родини ортогональних вейвлетів таких типів:

1. Вейвлети Daubechies (Добеші) – родина вейвлетів розроблена Інгрід Добеші. У команді пакету WaveletCoefficients(Daubechies, n) довжина обох фільтрів повинна бути визначена позитивним парним числом ($n=2, 4, 6, 8, \dots$).

2. Вейвлети родини Symlet відомі як асиметричні варіанти вейвлетів Добеші. У команді пакету WaveletCoefficients(Symlet, n) довжина обох фільтрів повинна бути визначена позитивним парним числом, як і у вейвлетів Добеші.

3. Вейвлети родини Coiflet відрізняються від вейвлетів Добеші поліпшеною симетрією. У команді WaveletCoefficients(Coiflet, n) параметр довжини обох фільтрів не перевищує числа 7, але у цих межах може бути парним, або непарним цілим числом.

4. Вейвлети родини Battle-Lemarie (Бетла-Лемар'є) відомі також як ортогональні сплайнові вейвлети. Команда пакету WaveletCoefficients(BattleLemarie, n, m) створює вейвлет n -го порядку з $2m+1$ коефіцієнтами, обидва фільтри якого є лише приблизно ортогональні.

Окрім чотирьох зазначених вище типів ортогональних вейвлетів, є можливість працювати з двома типами біортогональних вейвлетів, зокрема:

5. Вейвлети родини CDF (Cohen-Daubechies-Feauveau), які використовуються під час стискання зображень у стандарті JPEG 2000, команда пакету WaveletCoefficients(CDF) створює вейвлет цієї родини у вигляді чотирьох векторних фільтрів із довжиною $n = 10$.

6. Вейвлети родини BiorthogonalSpline. Відповідна команда пакету WaveletCoefficients(BiorthogonalSpline, b, c) створює вейвлет цієї родини для будь-яких позитивних цілочисельних параметрів b, c , за умови, що їх сума є парним числом.

Біортогональні вейвлети відрізняються від ортогональних дещо складнішою системою НЧ та ВЧ

цифрових фільтрів. Застосовуючи біортогональні вейвлети, обирають не один, а два НЧ фільтри (окремо для розкладання сигналу, тобто аналізу, і окремо для його відновлення, тобто синтезу). Так само розглядаються два ВЧ цифрові фільтри для аналізу та синтезу відповідно.

Розглянемо очищення модельного сигналу від шумів та оцінимо ефективність його стискання

(компресії) за допомогою засобів програмного пакету *DiscreteTransforms*.

На рис. 1 показаний модельний сигнал у вигляді модульованої гаусіаною синусоїди з одиничною амплітудою, викривлений шумами з нормальним розподілом, нульовим математичним очікуванням та стандартним відхиленням $\sigma = 0,2$. Сигнал дискретизований, загальна кількість відліків: $N = 128$.

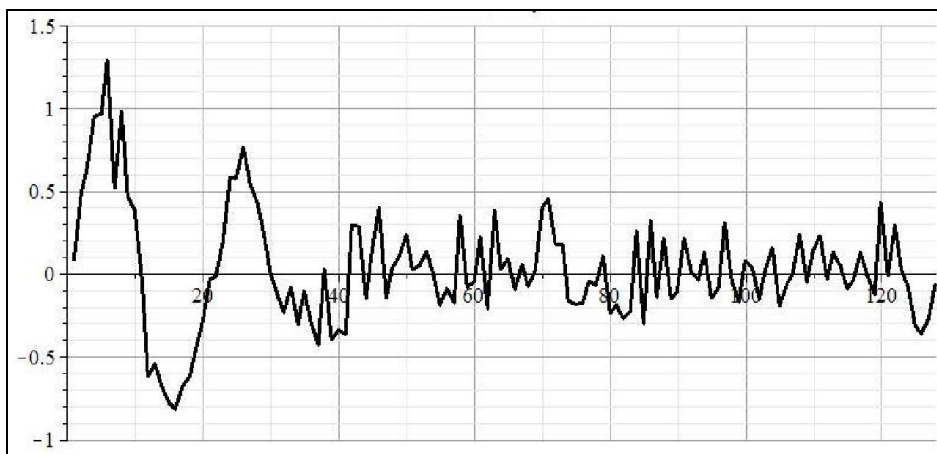


Рис. 1. Модельний сигнал з шумами

Для вейвлет-аналізу сигналу використаний базис ортогональних вейвлетів родини Coiflet, батьківські вейвлети якої наведені на рис. 2. Цифрові НЧ та ВЧ

фільтри мали довжину до 30. Для вейвлет-аналізу сигналу було також обрано значення максимального рівня масштабування: $m_{max} = 3$.

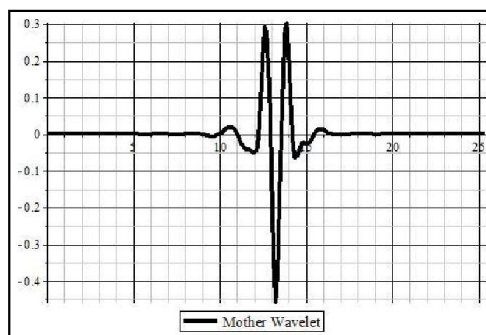
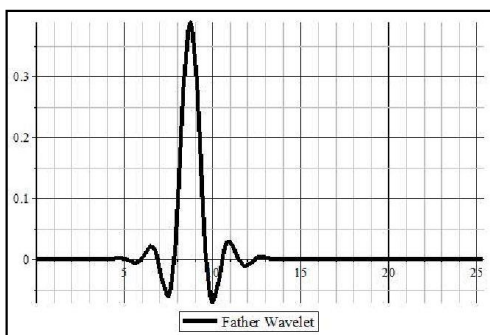


Рис. 2. Батьківські вейвлети родини Coiflet, 5

Вейвлет-перетворення цифрованого сигналу було проведено за процедурою [5], вейвлет-образ сигналу з шумами представлений на рис. 3. Вейвлет-коефіцієнти

упорядковані відповідно до стандартної діаграми декомпозиції (табл. 1), яка є наслідком застосованого і добре відомого алгоритму Малла [1-3; 5].

Таблиця 1

Упорядкування вейвлет-коефіцієнтів

W- коефіцієнти	Апроксимації			Деталізації		
	Рівень масштабу	m=3	m=3	m=2	m=1	m=1
Діапазон відліків		1÷16	17÷32	37÷64	65÷128	

Аналіз вейвлет-коефіцієнтів розкладання, представлених графічно на рис. 3, засвідчив, що абсолютна більшість цих коефіцієнтів не перевищує деякої межі, причому коефіцієнтів, які помітно виходять за таку загальну межу лише декілька, і це коефіцієнти

апроксимації для вищого рівня масштабування ($m = 3$), тобто для відносно низьких частот. Дрібно-масштабні ж коефіцієнти ($m < 3$), які відповідають відносно високим частотам, лежать «під шумовою межею».

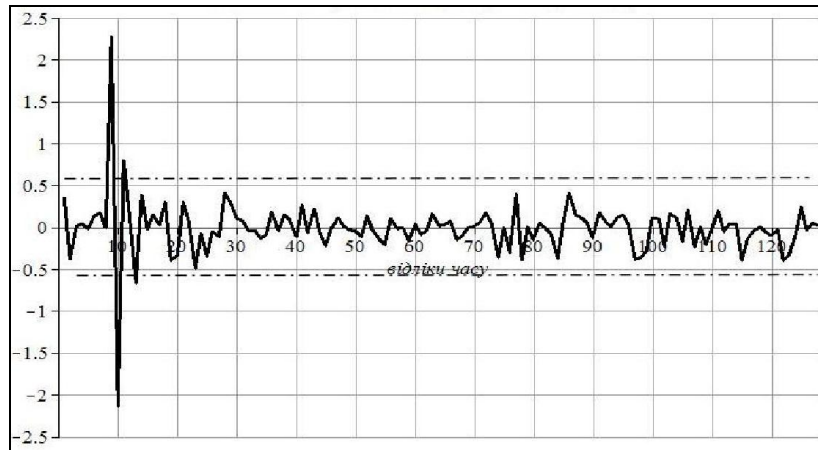


Рис. 3. Вейвлет-коефіцієнти розкладання зашумленого сигналу та межі «універсального порогу»

Визначення рівня такої «шумової межі» можливе в різні способи [1; 2; 3; 6], зокрема в [6] була запропонована проста оцінка заснована на статистичній медіані абсолютних значень вейвлет-коефіцієнтів деталізації W , узятих для найдрібнішого масштабу розкладання ($m = 1$):

$$\sigma_m = \frac{\text{Median}(|W_m|) - \text{Mean}(W_m)}{0.6745}. \quad (4)$$

Так званий «універсальний поріг» [1] передбачає додаткове множення рівня шуму (4) на фактор $\sqrt{2 \ln(N_m)}$. Визначений таким чином «універсальний поріг» показаний на рис. 3 пунктирними лініями. Більш вишуканий підхід до визначення порогових значень шумів передбачає оцінки порогів на кожному з рівнів масштабування окремо [1].

Якщо покласти всі дрібномасштабні коефіцієнти, які не перевищують універсального порогу, такими, що дорівнюють нулю, що передбачає метод так званого «жорсткого порогу» [1; 2; 5], то кількість ненульових коефіцієнтів у вейвлет-образі сигналу зменшується в 32 рази, отже сам вейвлет-образ стискається у відповідну кількість разів. Таким шляхом із вейвлет-образу відсіюються дрібномасштабні

флуктуації з абсолютними величинами меншими від порогу, отже, більшість високочастотних флуктуацій сигналу, які притаманні шумам, і залишаються лише більш масштабні осциляції нижчої частоти, які характеризують власне сигнал. Така очистка та стискання вейвлет-образу рис. 3 були проведені за методом «жорсткого порогу». Питання тепер полягає в тому, чи дозволяє таке радикальне спрощення та стискання вейвлет-образу сигналу ефективно очистити його від шумів з одного боку та надійно відновити його первинну форму – з іншого.

Візуальну відповідь на ці питання дає графік порівняння сигналу відновленого після очищення та стискання вейвлет-образу з первинним вхідним сигналом, які представлені на рис. 4. Порівняння кривих засвідчує, що, незважаючи на деякі артефакти, помітні на відновленому сигналі (два малих піки, локалізовані в кінці кривої, у довкіллі відліку 120), а також очевидну не повну збіжність кривих, дискретний вейвлет-аналіз засобами MAPLE виглядає досить ефективною технікою очищення сигналу від шумів та його стискання без суттєвої втрати інформації щодо сигналу.

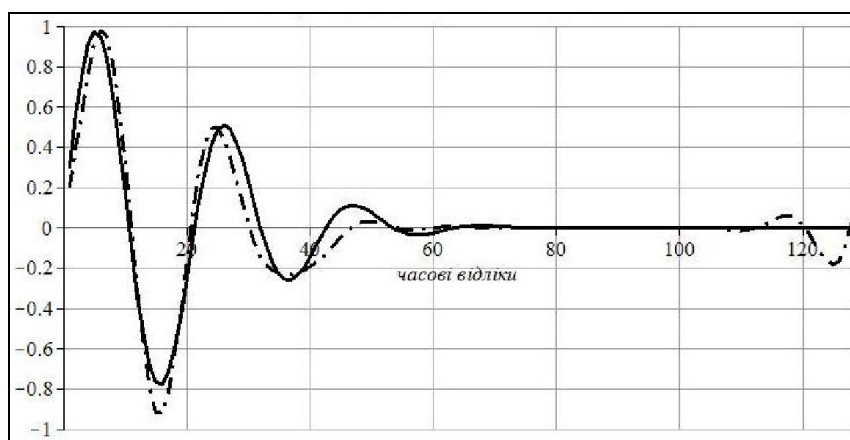


Рис. 4. Порівняння відновленого з вейвлет-образу (пунктир) та первинного вхідного сигналів (суцільна лінія)

Кількісна міра близькості відновленого та первинного сигналів може бути обчислена у вигляді Евклідових норм та косинусу кута поміж двома векторами: відновленого сигналу та первинного сигналу [7]. Відповідні оцінки показують, що норми цих векторів розрізняються менше ніж на 4 %, а косинус кута між ними близький до одиниці (0,961). Отже, обидва вектори треба визнати близькими за цими критеріями.

Існує більш традиційна міра близькості двох часових послідовностей, яка в статистиці називається коефіцієнтом кореляції. Відповідні розрахунки показують, що коефіцієнт кореляції поміж векторами відновленого та первинного сигналів близький до одиниці, і монотонно, хоча й помірковано, зростає з довжиною цифрових фільтрів, застосованих для вейвлет-аналізу вхідного сигналу з шумами, як це видно з рис. 5.

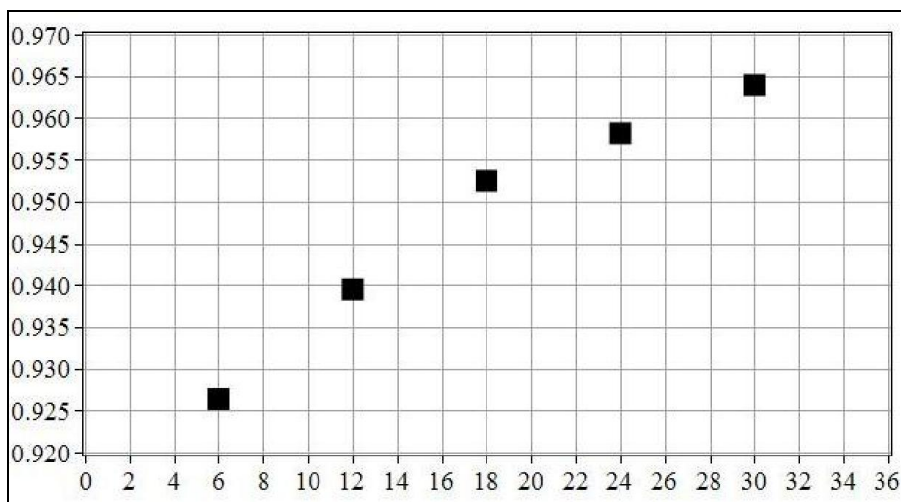


Рис. 5. Залежність коефіцієнту кореляції між відновленим та вхідним сигналом від довжини цифрових вейвлет-фільтрів родини Coiflet

Результати розрахунків, показані на рис. 5, підтверджують близькість між векторами відновленого та первинного вхідного сигналу, встановлену вище. Варто відмітити, що поміж коефіцієнтами кореляції двох векторів та косинусом кута поміж ними, своєю чередою існує сильна позитивна кореляція (відповідний коефіцієнт кореляції 0.998). На думку авторів, коефіцієнт кореляції виглядає дещо зручнішою для практичних обчислень кількісною мірою близькості для відновленого та вхідного сигналів.

Висновки. Програмний пакет *DiscreteTransforms* системи комп'ютерної математики MAPLE надає можливості ефективного дискретного вейвлет-аналізу біо-медичних сигналів у вигляді одновимірних часових послідовностей, з очищенням від шумів та завад, ефективним стискуванням інформації про сигнал, та його простим відновленням зі стиснутого вейвлет-образу, причому з відносно малими втратами інформації щодо первинного вхідного сигналу. Зручною мірою близькості відновлених та первинних вхідних сигналів є статистичний коефіцієнт кореляції поміж ними.

ЛІТЕРАТУРА

1. Jin Y., Angelini E., and Laine A. «Wavelets in Medical Image Processing : Denoising, Segmentation, and Registration», in Handbook of Biomedical Image Analysis. – Vol 1. – Segmentation Models. – Part a, Ed. : D. L. W. Jajit Suri, Swamy Laximinarayan Kluwer Academic / Plenum Publishers, pp. 305-358, (2005).
2. Яковлев А. Н. Введение в вейвлет-преобразования : [учеб. пособие] / А. Н. Яковлев. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2003. – 104 с.
3. Дремин И. М. Вейвлеты и их использование / И. М. Дремин., В. О. Иванов, В. А. Нечитайло // Усп. физ. наук. – 2001. – Т. 171, № 5. – С. 465–501.
4. Кононенко О. Б. Міра близькості вейвлет-перетворень при аналізі ЕКГ сигналів / О. Б. Кононенко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2001. – Т. 5, № 2 (47). – С. 36–41.
5. Wavelets Examples and Applications. – 2012, Maplesoft.
6. Donoho D. and Johnstone I. Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage., Journal of American Statistics Association. – 1995. – Vol. 90, No. 432. – Pp. 200–1224.
7. Гніліцький В. В. Задача вибору материнського вейвлету для обробки пульсової хвилі в умовах завад / В. В. Гніліцький, Н. В. Мужичька // Вісник Житомирського державного технічного університету. – 2012. – № 2 (57). – С. 64–69.

Рецензенти: Кондратенко Ю. П., д.т.н., професор;
Гожий О. П., к.т.н., доцент.

© Чуйко Г. П.,
Данішевська І. О.,
Дворник О. В.,
Шиян С. І., 2013

Дата надходження статті до редколегії 22.11.2012 р.

ЧУЙКО Геннадій Петрович, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри медичних приладів і систем, Чорноморський державний університет імені Петра Могили, Миколаїв, Україна. Сфера наукових інтересів: теоретична фізика, математичне моделювання, інформаційні технології в медичному приладобудуванні.

ДАНШЕВСЬКА Ірина Олександрівна, студентка магістратури кафедри медичних приладів і систем, Чорноморський державний університет імені Петра Могили, Миколаїв, Україна. Сфера наукових інтересів: вейвлет-аналіз біо-медичних сигналів.

ДВОРНИК Ольга Василівна, к.ф.-м.н., доцент кафедри медичних приладів і систем, Чорноморський державний університет імені Петра Могили, Миколаїв, Україна. Сфера наукових інтересів: математичне моделювання, системи комп'ютерної математики.

ШИЯН Сергій Іванович, провідний фахівець кафедри медичних приладів і систем, Чорноморський державний університет імені Петра Могили, Миколаїв, Україна. Сфера наукових інтересів: інформаційні технології в медичному приладобудуванні.