УДК 004.032+530.145

Данилов В. Я., Зінченко А. Ю.

ДО РЕАЛІЗАЦІЇ ІНСТРУМЕНТАРІЮ ДОСЛІДЖЕННЯ ХАОТИЧНОЇ ТА РЕГУЛЯРНОЇ ПОВЕДІНКИ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ І РЕКОНСТРУКЦІЇ ОПЕРАТОРА ЕВОЛЮЦІЇ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

В даній роботі запропоновано комплексний підхід дослідження усталених хаотичних та регулярних режимів економічних нелінійних систем та осциляторів. Частково реалізована схема дослідження детермінованого хаосу динамічних систем. Так, зокрема, реалізовано пакет програм на мові програмування C# з платформою NET.Framework 3.0, що дозволяє графічно будувати розв'язки нелінійних динамічних систем, моделювати їх фазові портрети, чисельно знаходити відображення та графічно зображати переріз Пуанкаре, знаходити спектр ляпуновських характеристичних показників (ЛХП) і т. п. Крім того, на мові Java, на основі запропонованої схеми дослідження хаотичних компонент одновимірних скалярних реалізацій, реалізований пакет програм, що включає в себе: знаходження показника Херста для індетифікації хаосу, фрактальної та кореляційної розмірності часового ряду, часової затримки, розмірності вкладення, відновлення фазового портрету атрактора динамічної системи, заданої диференціально; та знаходження найбільшого показника ЛХП. Для опису архітектури інформаційної технології розроблені UML-діаграми.

Ключові слова: *динамічні системи, переріз Пуанкаре, еволюція, нелінійність.*

В данной работе предложен комплексный подход исследования устоявшихся хаотических и регулярных режимов экономических нелинейных систем и осциляторов. Частично реализована схема исследования детерминированого хаоса динамических систем. Так, в частности, реализован пакет программ на языке программирования C# с платформой NET.Framework 3.0, что позволяет графически строить решения нелинейных динамических систем, моделировать их фазовые портреты, численно находить отображения и графически изображать сечение Пуанкаре, находить спектр ляпуновских характеристических показателей (ЛХП) и т. п. Кроме того, на языке Java на основе предложенной схемы исследования хаотических компонент одномерных скалярных реализаций реализован пакет программ, который включает в себя: нахождение показателя Херста для идентификации хаоса, фрактальной или корреляционной размерности часового ряда, часовой задержки, размерности вложения, восстановления фазового портрета атрактора динамической системы, заданной дифференциально, и нахождение наибольшего показателя ЛХП. Для описания архитектуры информационной технологии разработаны UML-диаграммы.

Ключевые слова: *динамические системы, сечение Пуанкаре, эволюция, нелинейность.*

The paper is devoted to the development of new information technology for investigation of regular and chaotic behaviour of dynamic systems and for linearized systems reconstruction. We propose and partly realize the pattern of research of dynamic systems, the determined chaos and chaotic component of one dimensional scalar realization. The software package is realized in the C# and Java programming languages with the .NET Framework 3.0 platform. It is able to graphically build solutions of the non-linear dynamic systems. Also we simulate bifurcation diagrams and maps of dynamic modes based on quantitative and qualitative characteristics of dynamic system attractors, numeral find Poincare mapping and Poincare cross-section, and find all spectrum of Lyapunov characteristic exponent using this software package. It also finds the maximal Lyapunov exponent, the time delay, the attractor phase portrait reconstruction of dynamic systems, fractal and correlation dimension, and Hurst index for financial time series where applying general econometric models will not succeed in this case. In addition, UML-diagram is developed for the architecture description of information technology.

Key words: *dynamic systems, cross-section of Poincare, evolution, non-linearity.*

Вступ

Основою нелінійно-динамічного підходу є врахування внутрішніх особливостей системи, на відміну від статистичних методів, в яких всі фактори покладаються випадковими чи невизначеними. Для нестійких зосереджених систем характерні складні явища, такі як регулярні осцилятори та хаос. Складно організовані часові структури виникають із хаотичних станів і в таких самоорганізованих відкритих системах замість стійкості і гармонії виникають еволюційні процеси. Аналіз літератури [1; 2] показав, що найбільш розповсюджений спосіб моделювання економічних систем – побудова моделі типу тренд + циклічна складова + випадкова компонента. Дана модель є жорсткою (наприклад, приймається гіпотеза про гаусівський розподіл часового ряду, дисперсія – скінченна) і не завжди може відобразити особливості поведінки системи.

На сьогодні в більшості країн перехідної економіки, у тому числі і в Україні, побудова сценаріїв розвитку організації на основі нелінійних математичних моделей не автоматизована та здійснюється вищим керівництвом згідно їх досвіду. Тому актуальними є проблеми моделювання та дослідження, прогнозування фінансово-економічних процесів та створення автоматизованих інформаційних систем для визначення стратегічних ліній розвитку об'єктів прогнозування з урахуванням дії факторів (внутрішніх і зовнішніх) формування критеріїв для оцінки кінцевих ідей. Стандартні методи аналізу і прогнозування фінансово-економічних процесів організації не дозволяють врахувати ці всі особливості в цілому, що вимагає необхідності використання сценарного аналізу, теорії організацій та синергетичного підходу. Адже при моделюванні та прогнозуванні виникають проблеми, які пов'язані з пошуком моделей нерегулярної поведінки складних систем.

В даній роботі представлені результати дослідження установлених хаотичних і регулярних режимів нелінійних систем та застосування теорії детермінованого хаосу до моделювання різної динаміки складних систем. Розглянуто основні критерії ідентифікації хаосу при відсутності математичної моделі (за спостереженнями певної точки x в n-вимірному просторі за рівні проміжки часу). Розроблено програмний продукт, що дозволяє графічно будувати розв'язки нелінійних динамічних систем, моделювати їх фазові портрети, чисельно знаходити відображення та графічно зображати переріз Пуанкаре, знаходити спектр ЛХП для дискретних та диференціальних динамічних систем, ідентифікувати хаос в часових рядах на основі показника Херста і найбільшого ляпуновського характеристичного показника, визначати фрактальну та кореляційну розмірність, розмірність простору, в який «вкладається» наш атрактор, часову затримку сигналу та псевдофазову реконструкцію часового ряду.

Під динамічною системою будемо розуміти систему із заданим еволюційним мультиплікативним оператором T^t, час для якої адитивний, тобто $T^tT^\tau = T^{t+\tau}$. При цьому еволюлюційні оператори, що відповідають різним інтервалам часу, комутують: $T^tT^\tau = T^\tau T^t$. Математичний опис об'єкта дослідження без заданої математичної моделі характеризується наступними властивостями: динаміка представлена вектором стану x_i, $i = 1 \ldots n$ за рівні проміжки часу, поведінка системи є детермінованою: стан системи залежить від її передісторії та всі залежності компонент вектора стану є гладкими функціями незалежної змінної t.

Методологічною основою даного дослідження є праці авторів: А. А. Андронова, В. С. Аніщенка, Е. Федера, Р. М. Кроновера, С. П. Кузнєцова, Г. Г. Малінецького, М. Табора, Е. Петерса, Х. Канца, Д. Рюеля, Ф. Такенса, А. Вольфа та інших.

Постановка задачі:

1. Розглянути основні методи та алгоритми дослідження нелінійних динамічних систем та часових рядів. Описати архітектуру програмного продукту в UML-діаграмах
2. На прикладі моделі економіки та пов'язаного з нею ринку [8, с. 154–156] на основі реалізованого програмного продукту дослідити модель на регулярні та хаотичні режими.
3. На прикладі дискретної динамічної системи – економічної моделі Рікера [9] знайти та дослідити спектр ЛХП.
4. На прикладі атрактора Лоренца знайти переріз Пуанкаре та його дослідити.
5. На основі реалізованого програмного продукту на прикладі одновимірної реалізації – вихідного сигналу системи Лоренца провести псевдофозову реконструкцію вихідного сигналу та визначити старший показник Ляпунова і показник Херста для ідентифікації хаотичного режиму.

Опис архітектури інформаційної системи

Запропонований нами комплексний підхід до дослідження нелінійних систем та одновимірних часових реалізацій базується на кількісних та якісних характеристиках атракторів. Так при дослідженні динамічних систем (неперервного чи дискретного виду із розмірністю фазового простору більше 3) схема дослідження базується на: побудові розв'язків системи методом Рунге-Кутти четвертого чи вищих порядків із застосуванням змінного кроку чисельного інтегрування (для обчислення довжини змінного кроку застосовувалася корегуюча процедура Дорманда-Принса [3]) та моделюванні фазових портретів, дослідженні стійкості системи, побудові спектру ЛХП методом Бенеттіні [4; 5], перерізу Пуанкаре методом Ено [4; 5], інваріантної міри та спектральної щільності (Фур'є спектрів) [4], знаходження областей грубості системи (структурної стійкості), дослідження матриці (оператору) монодромії для дослідження стійкості періодичних розв'язків динамічної системи. Завершує дослідження побудова карт динамічних режимів та визначення сценаріїв переходу до хаосу (знаходження параметрів, при яких виникає біфуркація та перемежовування).

Методика дослідження нелінійної динаміки в економічних системах та процесах представляє собою 2 підходи. Перший – теоретичний. Тобто сюди можна віднести спроби на основі базових моделей теорії хаосу побудувати узагальнену модель, що враховує усі особливості функціонування економічної системи або процесу; розробку та теоретичне обґрунтування нових моделей, тестів критеріїв; побудова специфікацій моделей на основі обраної економічної теорії з наступним аналізом. Другий – експериментальний підхід. Метою його є побудова моделі прогнозування для отримання короткострокового чи довгострокового прогнозу без заданої математичної моделі, а лише за даними спостережень – часового ряду. Серед основних методів дослідження та ідентифікації нелінійної динаміки в нелінійних системах та процесах при незаданій математичній моделі можна виділити наступні:BDS-тест [5; 7], проведення тесту залишків Брока [5], проведення тасуючої діагностики [7], графічний тест Гілмора [5], К-ентропія Колмогорова-Сіная [6], знаходження найбільшого показника Ляпунова[5; 7], визначення показника Херста[5; 7].

На рис. 1 представлена діаграма прецедентів інформаційної технології, описує функціональне значення системи, тобто те, що система буде виконувати в процесі свого функціонування. Для представлення статичної моделі системи в термінології класів ООП розроблена діаграма класів (рис. 2). Вона відображає різні взаємозв'язки між окремими категоріями предметної області, а також описує їх внутрішню структуру та типи відношень.

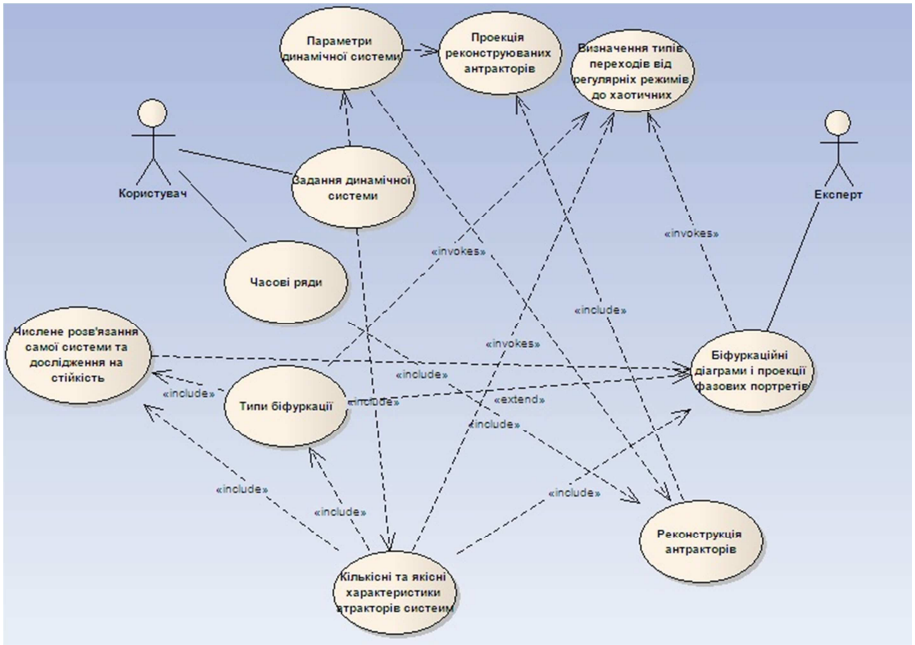

Рис. 1. Архітектура інформаційної технології. Діаграма use case

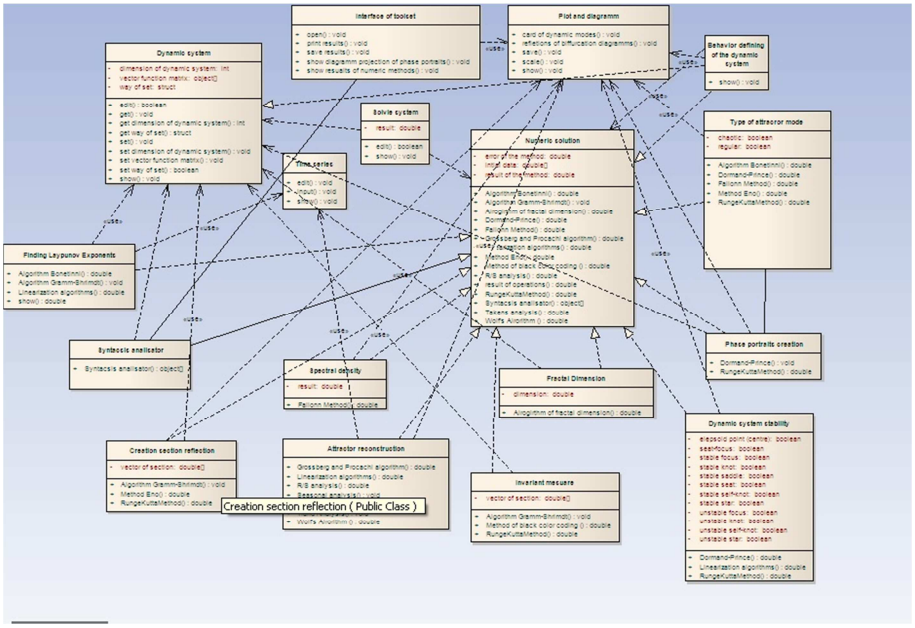

Рис. 2. Архітектура інформаційної технології. Діаграма класів

Для представлення часових особливостей передачі та прийому інформації між об'єктами використовується діаграма послідовностей (рис. 3). Хоча побудовані діаграми і використовуються для специфікації динаміки поведінки систем, час в явному вигляді у них відсутній. Однак, часовий аспект має суттєве значення для синхронних процесів, опису взаємодії об'єктів. Саме для цього і використовуються діаграми послідовностей. На діаграмі послідовностей зображаються тільки ті об'єкти, що приймають участь в взаємодії та не показуються можливі статичні асоціації з іншими об'єктами.

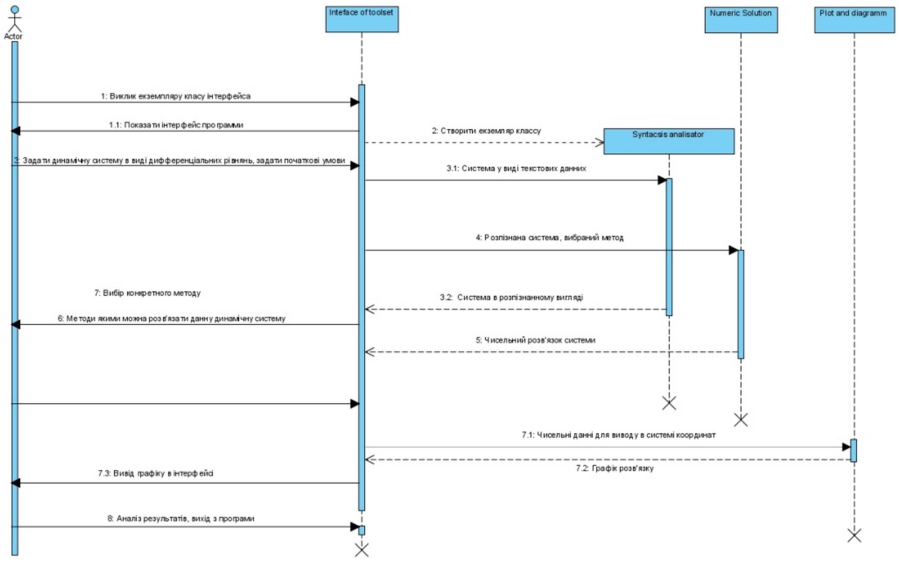

Рис. 3. Архітектура інформаційної технології.
Діаграма послідовностей для обробки чисельних методів

Структура програмного комплексу складається із програмної оболонки (основне призначення: організація взаємодії програмних компонентів, організація інтерфейсу користувача), шаблону системи (основне призначення: визначення математичної моделі динамічної системи, визначення параметрів математичної моделі, визначення параметрів доступних чисельних методів), математичного інтерпретатору (парсеру виразу, основне призначення якого – обчислення значень математичних виразів (математичної моделі)), пакету чисельних методів (основне призначення: дослідження математичних моделей динамічних систем та часових одновимірних реалізацій) та графічного інтерпретатору (основне призначення: візуалізація результатів дослідження). Опишемо основні компоненти. Програмна оболонка реалізує MDI інтерфейс (multiple document interface), коло вікна всіх інших компонентів комплексу розташовані в межах головного вікна програми (наприклад Microsoft Word). Головне вікно програми є батьківським вікном, вікна всіх інших компонентів – дочірніми. Програмна оболонка має забезпечувати: створення, редагування та збереження шаблонів системи в файли шаблонів; виклик та виконання в асинхронному режимі (паралельному потоці) допустимих чисельних методів для заданого шаблону, збереження результатів роботи чисельних методів в окремих файлах даних; виклик для заданого файлу даних графічного інтерпретатору; підтримку гарячих клавіш, відображення списку відкритих вікон та інше. Шаблон системи реалізує задану користувачем динамічну систему, її параметри та параметри доступних чисельних методів. Структура шаблону: тип системи (дискретна, звичайні диференціальні рівняння), вектор часового ряду, кількість рівнянь системи, змінні та параметри системи, значення параметрів та початковий стан системи, доступні чисельні методи та їх параметри. Математичний інтерпретатор реалізує функцію, яка обчислює значення математичних виразів, які визначають математичну модель системи. Пакет чисельних методів представляє собою набір процедур, які реалізують чисельні методи дослідження динамічних систем та одновимірних часових реалізацій. Вхідними параметрами таких процедур є функція математичного інтерпретатора для заданої системи та/або часовий ряд і параметри самого чисельного методу такі як, наприклад, кількість ітерацій, довжина кроку чисельного інтегрування тощо. Вихідними параметрами процедур є графічне представлення результатів та таблиці даних, таких як координати точок еволюції системи, значення ляпуновських характеристичних показників тощо. Крім того, процедури чисельних методів мають обробляти виключні ситуації роботи та забезпечувати інформування користувача про виникнення і причину виключних ситуацій. Основні групи методів: методи визначення еволюції системи, методи побудови перерізів та відображень Пуанкаре, методи визначення ЛХП, методи побудови спектрів Фур'є та інші. Графічний інтерпретатор представляє собою окремий інтерфейс візуалізації в залежності від розмірності одно-, дво- та трьохвимірному просторі файлів даних результатів дослідження.

Для ілюстрації роботи програмного комплексу приведемо наступні приклади.

Дослідження регулярних та хаотичних режимимів динамічних систем

Дослідимо модель економіки і пов'язаного з нею ринку [8, с. 154–156] на хаотичні та регулярні режими:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = k_1 y - k_2 x, \\ \dfrac{dy}{dt} = -k_3 y + k_4 x + k_5 z + p_1 xz + p_2 x^2 z, \\ \dfrac{dz}{dt} = k_6 z + k_7 z - k_8 y - p_3 x^2 + p_4 xz. \end{cases}$$

де $x(t)$ – валовий продукт; $y(t)$ – трудовий ресурс; $z(t)$ – капіталовкладення, призначені для розширення виробництва товарів. Перший член першого рівняння означає, що виробництво валового продукту пропорційно трудовому ресурсу y та продуктивності праці k_1; $-k_2x$ – зменшення валового продукту завдяки непродуктивним витратам морального і фізичного зносу валового продукту. Члени другого рівняння, взяті зі знаком плюс, означають залучення трудового ресурсу в процес виробництва пропорційно досягнутому рівню валового продукту (k_4x), капіталовкладенням (k_5x), одночасно валовому продукту і капіталовкладенням (p_1xz) (фінансування розширення виробництва валового продукту), капіталовкладенням у автоматизацію виробництва (p_1x^2z). Величина ($-k_3y$) означає вибуття трудового ресурсу зі сфери виробництва через природні причини, надлишок працівників, простоїв. Члени третього рівняння показують, що капіталовкладення збільшуються (k_6z); витрачаються пропорційно валовому продукту ($-k_7x$); йдуть на утримання трудового ресурсу ($-k_8y$); витрачаються на автоматизацію виробництва ($-p_3x^2$). Член (p_4xz) означає зростання доходів від капіталовкладень у виробництво, яке розширюється. Авторами було встановлено, що при $k_1 = k_2 = 0{,}2$; $k_3 = 0{,}5$; $k_4 = 5$; $k_5 = 1$; $k_6 = 0{,}3$; $k_7 = 1{,}5$; $k_8 = 1$; $p_1 = 1$; $p_2 = 0{,}01$; $p_3 = 1$; $p_4 = 0{,}1$ існує дивний атрактор типу «гвинта» (див. рис. 4). Для чисельного розв'язку використовувався алгоритм Дорманда-Принса [3] зі змінним кроком чисельного інтегрування. Розглянута нами модель допускає періодичні рішення і стійкі рішення типу фокусу. Відомо [8], що при заміні члена p_4xz на $pxyz$ утворюється дивний атрактор типу «точки вибуху». Це і підтверджують розрахунки зроблені програмою.

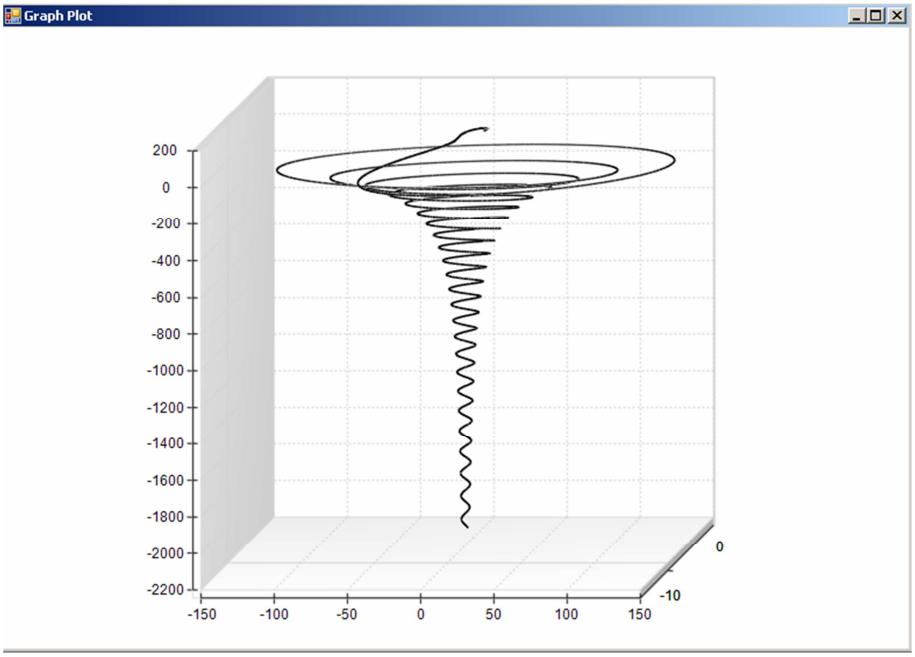

Рис. 4. Атрактор типу «гвинта» моделі економіки і пов'язаного з нею ринку

Знаходження та дослідження спектру ЛХП дискретної системи

Для цього прикладу була взята економічна модель Рікера [9]:

$$P_{t+1} = P_t \exp[-\alpha(b+d)(P_t - P^*)],$$

де b – коефіцієнт чутливості попиту до ціни; d – коефіцієнт чутливості пропозиції до ціни; $a > 0$ – параметр біфуркації і P^* – зрівноважене значення ціни.

Таблиця 1

Зміна хаосу і порядку в спектрі ЛХП для дискретної моделі Рікера

Параметр біфуркації *a*	15,97	15,9812	16,0484	16,0596	16,0596	16,0876	16,0946	16,1044	16,1058	16,1072	16,1086
Ляпуновський показник	0,210615	– 0,00066	0,00036	– 0,00129	0,000911	– 0,01922	0,00977	– 0,01906	0,030125	– 0,03745	0,055064

Для обчислення спектру ЛХП був застосований алгоритм Бенеттіні (Benettin G. *at al.*, 1980) [4; 5]. Як показано на рис. 5, де ЛХП більші за нуль, залежно від параметра адаптації *a*, в дискретній системі присутній хаос (дивні атрактори та гіперхаотичні дивні атрактори). Такі інтервали називаються «островками» хаосу. А місця, де ЛХП менші за нуль, – «вікнами» порядку.

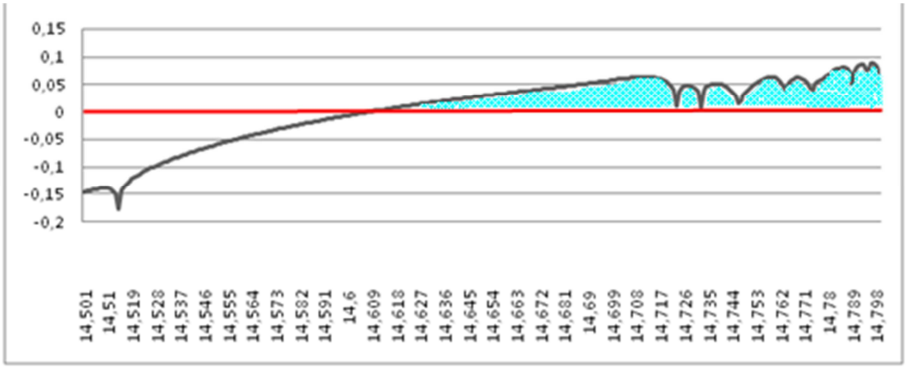

Рис. 5. Обчислення ЛХП для дискретної моделі Рікера: вісь абсциса – параметр адаптації *a* та вісь ордината – ляпуновський показник

Знаходження перерізу Пуанкаре для динамічних систем

На прикладі моделі Лоренца обчислено переріз Пуанкаре методом Ено[4; 5]. В якості січної була вибрана площина $z = 27$. Для чисельного розв'язку використовувався алгоритм Дорманда-Принса [3] зі змінним кроком чисельного інтегрування. Як бачимо на рис. 6, переріз Пуанкаре представляє собою деяку хаотичну точкову множину, число точок якої весь час зростає в залежності від часу чисельного інтегрування. Ці точки, в силу теореми єдиності і існування, ніколи не співпадуть одна з іншою. В даному випадку множина точок представляє собою двовимірний стійкий багатовид відносно двох нерухомих точок (траєкторії нелінійної системи, що проходять через точки лінії сум точок, які не повертаються на площину z = 27, збігаються до своєї нерухомої точки). При побудові перетину було помічено, що друга дуга розтягується, причому відрізок цього розтягнення переходить протилежно в іншу верхню дугу. Також крайня точка початку розтягнення переходить з однієї сторони в кінцеву точку розтягнення, а з іншої – в початкову протилежну точку верхньої дуги (такі точки належать одновимірним нестійким багатовидам нерухомої точки – сепаратрисам). Аналогічно поводить себе й інша дуга.

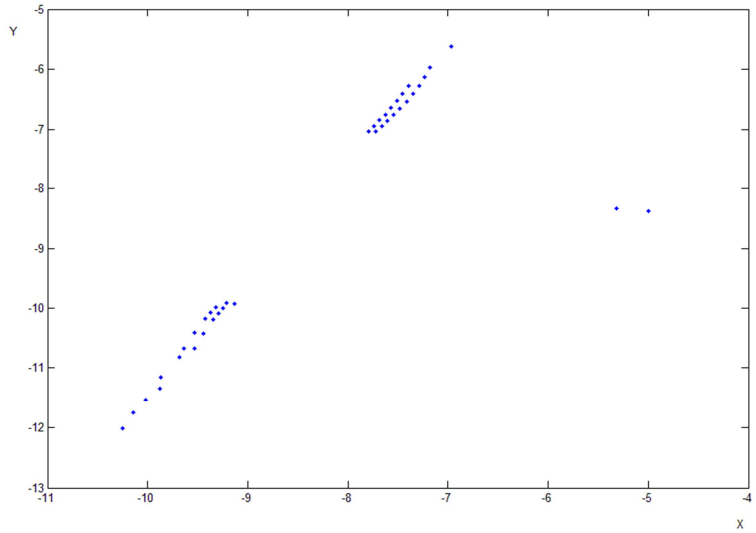

Рис. 6. Переріз Пуанкаре атрактора Лоренца при $z = 27$ в залежності від моменту часу t

Ідентифікація хаосу в часових рядах та їх псевдофазова реконструкція

В якості часового ряду для дослідження наявності детермінованого хаосу та псевдофазової реконструкції фазового портрету атрактора динамічної системи був обраний вихідний сигнал системи Лоренца – одновимірна часова реалізація з фіксованим кроком дискредитації на атракторі $\Delta t = 0{,}01$. Вихідний сигнал був отриманий чисельним розв'язком системи за координатою **x**, використовуючи алгоритм Дорманда-Принса [3] зі змінним кроком чисельного інтегрування. Вибірка одновимірної реалізації склала понад 65 000 даних (обмеження пов'язані з використанням Microsoft Excel для виводу даних та перехідним режимом потрапляння на сам атрактор). Приблизний час роботи програми в обох випадках (ідентифікації хаосу – знаходженням

старшого ляпуновського показника і показника Херста, та псевдофазової реконструкції фазового портрету атрактора динамічної системи за теоремою Такенса) склав більше 40 годин.

Глобальна задача реконструкції оператора еволюції динамічної системи може бути виконана лише після псевдофазової реконструкції атрактора – такого відображення, що кожній точці $x(t)$ ставить у відповідність точку з простору R^m: $x_i = [x(i), x(i + \tau), ..., x(m + 1)*\tau]$, де i – дискретний час, $i = [(m - 1)\tau + 1] ... N$, m – розмірність простору вкладень. Такенс [5] показав, що використовуючи тільки одну координату динамічної системи можна реконструювати початковий атрактор в просторі точок із затримками $x_i = [x(i), x(i + \tau), ..., x(m + 1)*\tau]$ таким чином, що він буде зберігати найважливіші топологічні властивості і динаміку оригінального атрактору. На рис. 7 зображена псевдофазова реконструкція фазового портрету атрактора системи Лоренца за теоремою Такенса (близько 65 000 реконструйованих точок). При цьому оцінка кореляційної розмірності сигналу за методом найменших квадратів склала 2,07, а часова затримка – 0,17. Для визначення часової затримки використовувався метод автокореляційної функції [5] (оптимальною часовою затримкою обиралося таке значення, при якому автокореляційної функції приймала перше нульове або близьке до нуля значення). Даний метод є простим в реалізації і не потребує великих обчислень, але в основі його замість властивості незалежності даних використовується властивість некорельованості даних, що впливає на оптимальну часову затримку. Розмірність простору вкладень розраховано за методом кореляційної розмірності [5]. Розмірність простору вкладень склала 4.

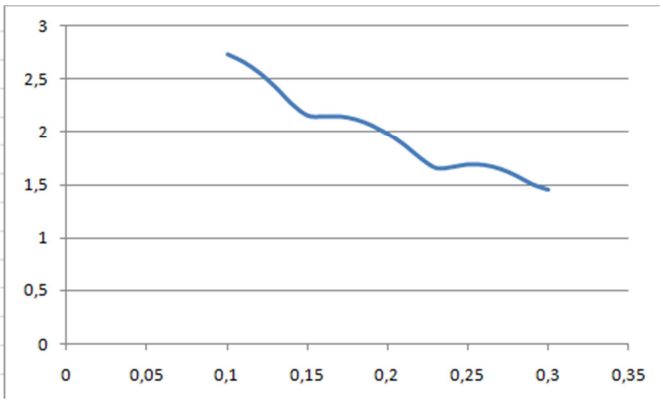

Рис. 7. Псевдофазова реконструкція фазового портрету атрактора системи Лоренца за теоремою Такенса

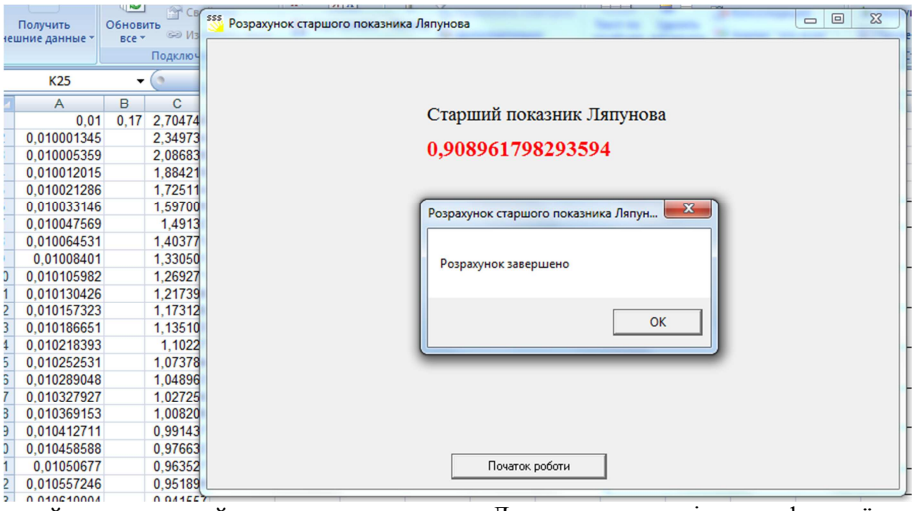

Рис. 8. Старший ляпуновський показник для системи Лоренца на основі псевдофазової реконструкція атрактора системи Лоренца (справа) за алгоритмом Вольфа

В якості критеріїв ідентифікації динамічного хаосу обрані наступні: показник Херста [7], показник Херста після випадкового перемішування вихідного сигналу [7] та старший ляпуновський характеристичний показник [5; 7]. На рис. 8 приведені розрахунки оцінки старшого показника ЛХП на основі псевдофазової реконструкція фазового портрету атрактора системи Лоренца. Отриманий результат дуже близький до справжнього 0,906, що є наслідком великої кількості обчислювальних даних.

На рис. 9 зображена лінійна регресія, одержана методом найменших квадратів, залежності логарифма номера часового ряду (N) від логарифма відношення розмаху часового ряду (R) до стандартного відхилення (S). Показник Херста виявився 0,935, що вказує на персистентний (трендостійкий) часовий ряд. Отже, маємо фрактальний броунівський рух з додатною кореляцією (довгою пам'яттю). Якщо ряд зростає (убуває) у

попередній період, то імовірно, що він буде зберігати цю тенденцію деякий час у майбутньому. Значення *H* доволі близьке до 1. Це означає, що вихідний сигнал мало зашумлений і його тренд суттєво виражений. Точність оцінювання досить велика, так як коефіцієнт детермінації (вказує на зв'язок між залежною та незалежною змінними) R^2 близький до 1. Параметр b, тобто константа – 0,3234 вказує на зміщення вихідного сигналу. Саме для прогнозування опису динаміки таких часових реалізацій і використовуються моделі нерегулярної динаміки.

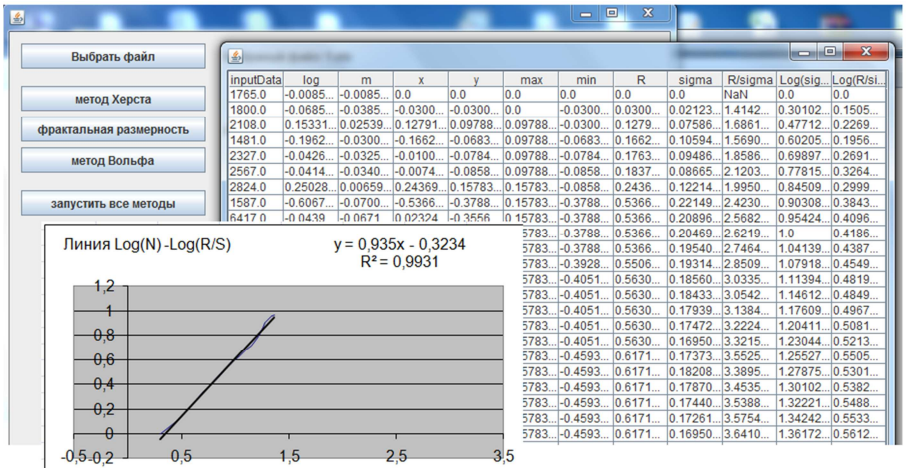

Рис. 9. Обчислення показника Херса для вихідного сигналу вектора **x** системи Лоренца (кутовий коефіцієнт прямої)

Обґрунтованість оцінки Херста можна отримати шляхом випадкового перемішування даних, в результаті чого порядок даних у вихідному сигналі стане повністю відмінний від початкового. На рис. 10 зображена лінійна регресія, одержана методом найменших квадратів, залежності логарифма номера вихідного сигналу системи Лоренца (N) після випадкового перемішування від логарифма відношення розмаху цього часового ряду (R) до стандартного відхилення (S). Показник Херста суттєво змінився (виявився 0,6698) і наблизився до випадкового сигналу. Це означає, що дані початкового вихідного сигналу добре корелюють, тобто має місце ефект довготривалої пам'яті.

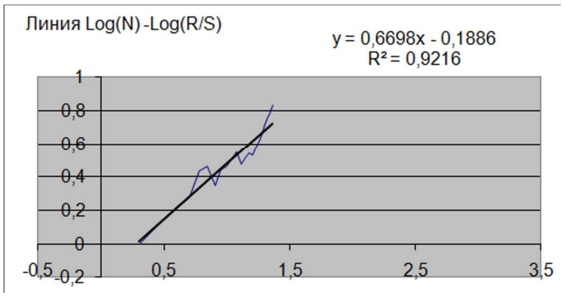

Рис. 10. Обчислення показника Херса для для вихідного сигналу вектора **x** системи Лоренца після перемішування даних (кутовий коефіцієнт прямої)

Висновки

Запропоновано та реалізовано комплексний підхід (методологію) у вигляді інформаційної технології для дослідження усталених хаотичних та регулярних режимів складних нелінійних систем та осциляторів. Інформаційна технологія реалізована на мові програмування C# та Java з платформою NET.Framework 3.0 (для дослідження динамічних систем, заданих в неперервному або дискретному виді, та хаотичних компонент одновимірних скалярних реалізацій). Методологія дослідження нелінійних систем та одновимірних часових реалізацій базується на кількісних і якісних характеристиках атракторів систем та їх вихідних сигналів. А саме: на побудові чисельних розв'язків неперервної системи методом Рунге-Кутти четвертого чи вищих порядків із застосуванням змінного кроку чисельного інтегрування (метод Дорманда-Принса [3]), моделюванні фазових портретів та дослідженні стійкості системи в залежності від біфуркаційних параметрів, побудові спектру ЛХП методом Бенеттіні [4; 5], перерізу Пуанкаре методом Ено [4; 5], обчисленні інваріантної міри та спектральної щільності (Фур'є спектрів) [4], знаходженні областей грубості системи [6] (структурної стійкості), знаходженні матриці (оператору) монодромії для дослідження стійкості періодичних розв'язків динамічної системи. Завершує дослідження побудова карт динамічних режимів та визначення сценаріїв переходу до хаосу (знаходження параметрів, при яких виникає біфуркація та перемежовування).

При дослідженні одновимірних скалярних реалізацій виконується реконструкція операторів динамічних задач. Методологія дослідження, реалізована в інформаційній технології, в цьому випадку базується на статистичному аналізі (кількісних характеристиках: показник Херста вихідного сигналу до і після випадкового перемішування, BDS-тест, проведення тесту залишків Брока, проведення тасуючої діагностики, графічний тест Гілмора, К-ентропія Колмогорова-Сіная, фрактальна та кореляційна розмірність, часова затримка, розмірність вкладень атрактора та знаходження поліномів розкладу по заданому базису системи неявних автономних функцій реконструйованого еволюційного оператору цієї системи) та на якісних характеристиках атракторів (відновлення фазового портрету атрактора динамічної системи методом затримок та знаходження найбільшого показника ЛХП). Для опису архітектури інформаційної технології розроблені UML-діаграми (use case, класів та діаграма послідовностей).

Як приклади роботи програмного пакету досліджено:

– модель економіки та пов'язаного з нею ринку[8, с. 154–156] на хаотичні та регулярні режими. Встановлено параметри, при яких виникає новий дивний атрактор типу «гвинта».

– динамічну систему Лоренца для підтвердження відомих результатів. Встановлено, що переріз Пуанкаре представляє собою деяку хаотичну точкову множину, число точок якої весь час зростає в залежності від часу чисельного інтегрування, що вказує на нерегулярний атрактор. Крім того, множина точок представляє собою двовимірний стійкий багатовид відносно двох нерухомих точок.

– дискретну економічну модель Рікера [9] на хаотичні та регулярні режими. Встановлено, що в залежності від біфуркаційного параметру в дискретній системі присутні дивні та гіперхаотичні дивні атрактори і «вікна» порядку.

– вихідний сигнал системи Лоренца за змінною **x**. На основі показника Херста до і після випадкового перемішування вихідного сигналу та старшого показника ЛХП встановлено, що у вихідному сигналі присутні детерміновані хаотичні компоненти. Отриманий результат старшого показника ЛХП виявився дуже близьким до справжнього – 0,906, що є наслідком великої кількості обчислювальних даних (об'єм вибірки склав понад 65 000 даних). Крім того, визначено кореляційну розмірність, що виявилася 2,07, часову затримку – 0,17, розмірність вкладень – 4 та псевдофазову реконструкцію фазового портрету атрактора системи Лоренца за теоремою Такенса.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ивахненко А. Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. – К. : Техніка, 1975. – 312 с.
2. Franses P. H., Time series models for business and economic forecasting. – Cambridge University Press, 1998. – 280 p.
3. Dormand J. R. A family of embedded Runge-Kutta formulae / J. R. Dormand, P. J. Prince // J. Comput. – Appl. Math. 1980. V. 6. – P. 19–26.
4. Краснопольская Т. С., Швец Регулярная им хаотическая динамика систем с ограниченным возбуждением. – М. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2008. – 280с.
5. Holger Kantz and Thomas Schreiber Nonlinear time series analysis : [2-nd ed.]. – Cambridge, the university Press, 369 p. – ISBN 0-521-52902-6.
6. Карлов Н. В. Колебания, волны, структуры / Н. В. Карлов, Н. А. Кириченко. – М. :ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 496 с. – ISBN 5-9221-0205-2.
7. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка : [пер с англ.]. – М. : Мир. 2000. – 333 с. ил.
8. Милованов В. П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. – М. : Эдиториал УРСС, 2001 – 264 с. – ISBN 5-8360-0301-7.
9. Ricker, WE. Stock and recruitment // Journal of the Fisheries Research Board of Canada. – 1954. – V. 11. – P. 559–623.

Рецензенти: Фісун М. Т., д.т.н., професор;
Казарєзов А. Я., д.т.н., професор

© Данилов В. Я., Зінченко А. Ю., 2010

Стаття надійшла до редколегії 20.12.2010 р.