УДК 004.032.26

Винокурова О. А.

ФУНКЦІОНАЛЬНО ЗВ'ЯЗАНА БАГАТОВИМІРНА ВЕЙВЛЕТ-НЕЙРО-ФАЗЗІ СИСТЕМА ДЛЯ ОБРОБКИ ХАОТИЧНИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ

У статті запропоновано архітектуру функціонально зв'язаної багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі системи та алгоритм навчання усіх її параметрів. Така система має покращені апроксимуючі властивості за рахунок введення багатовимірних адаптивних вейвлет-активаційних функцій, що настроюються в процесі навчання системи. Проведено імітаційне моделювання на хаотичних часових рядах, результати якого підтверджують актуальність підхожу, що розвивається.

Ключові слова: *функціонально зв'язана багатовимірна вейвлет-нейро-фаззі система, W-нейрон, багатовимірні вейвлет-активаційні функції, алгоритм навчання, хаотичні часові ряди.*

В статье предложена архитектура функционально связанной многомерной вэйвлет-нейро-фаззи системы и алгоритм обучения всех ее параметров. Такая система обладает улучшенными аппроксимирующими свойствами за счет введения многомерных адаптивных вэйвлет-активационых фунций, которые настраиваются в процессе обучения системы. Проведено имитационное моделирование на хаотических временных рядах, результаты которого подтверждают актуальность развиваемого подхода.

Ключевые слова: *функционально связанная многомерная вэйвлет-нейро-фаззи система, W-нейрон, многомерные вэйвлет-активационные функции, алгоритм обучения, хаотичные временные ряды*

In the paper the functional linked multidimensional wavelet-neuro-fuzzy system and its all-parameters learning algorithm are proposed. Such system has improved approximation properties due to introducing the multidimensional adaptive wavelet-activation functions which are tuned in the systems learning process. The simulation experiments based on the chaotic time series are performed. The results of them are satisfied the relevance of the developed approach.

Key words: *functional linked multidimensional wavelet-neuro-fuzzy system, W-neuron, multidimensional wavelet-activation function, learning algorithm, chaotic time series.*

Вступ

Проблемі прогнозування поведінки хаотичних нелінійних систем присвячено велика низка публікації як за кордом та і в Україні. Існує широко коло методів для вирішення такої задачі, які мають як переваги так і недоліки. На цей час самим розповсюдженим підходом прогнозування нелінійних динамічних хаотичних процесів є гібридні нейро-фаззі-, вейвлет-нейро- технології, що засновані на технологіях обчислювального інтелекту та м'яких обчисленнях. Такі методи дозволяють з високою точністю та швидкодією вирішувати задачі такого типу.

Проведений аналіз показує, що на цей момент існує ціла множина нейромережевих архітектур і найбільш відомими та популярними є багатошарові мережі з прямою передачею інформації, на базі яких і побудовано більшість вейвлет-нейронних мереж. Основним недоліком багатошарових мереж є низька швидкість навчання, що робить неможливим використання таких мереж у задачах реального часу. Іншим напрямом розвитку багатошарових архітектур є, так звані, функціонально зв'язані нейронні мережі, що мають низку переваг над багатошаровими персептронами [1].

У загальному випадку функціонально зв'язана нейронна мережа [1] має нелінійні апроксимуючі властивості та навчається за допомогою лінійних алгоритмів. Прихований шар такої мережі розширює вхідний простір за допомогою деякого нелінійного перетворення, в нашому випадку за допомогою багатовимірних адаптивних вейвлет-функцій так, що забезпечується відображення вхідних сигналів в новий простір підвищеної розмірності.

З іншої сторони для вирішення задач прогнозування використовуються нейро-фаззі- архітектури, але такі системи не завжди справляються з задачею в випадку, якщо процес, що досліджується, має локальні особливості.

Таким чином, актуальним є розробка гібридних функціонально зв'язаних вейвлет-нейро-фаззі систем та їх алгоритмів навчання на базі методів обчислювального інтелекту [2-3]. Такі системи об'єднують в собі переваги з кожної теорії, що використовується та це можуть бути з успіхом використані для задач інтелектуальної обробки даних, у тому числі прогнозування хаотичних часових рядів зі складним нелінійним атрактором.

В статті пропонується архітектура функціонально зв'язаної багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі системи та алгоритм навчання її параметрів.

Архітектура функціонально зв'язаної багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі-системи

Введемо до розгляду архітектуру, що приведено на рис. 1.

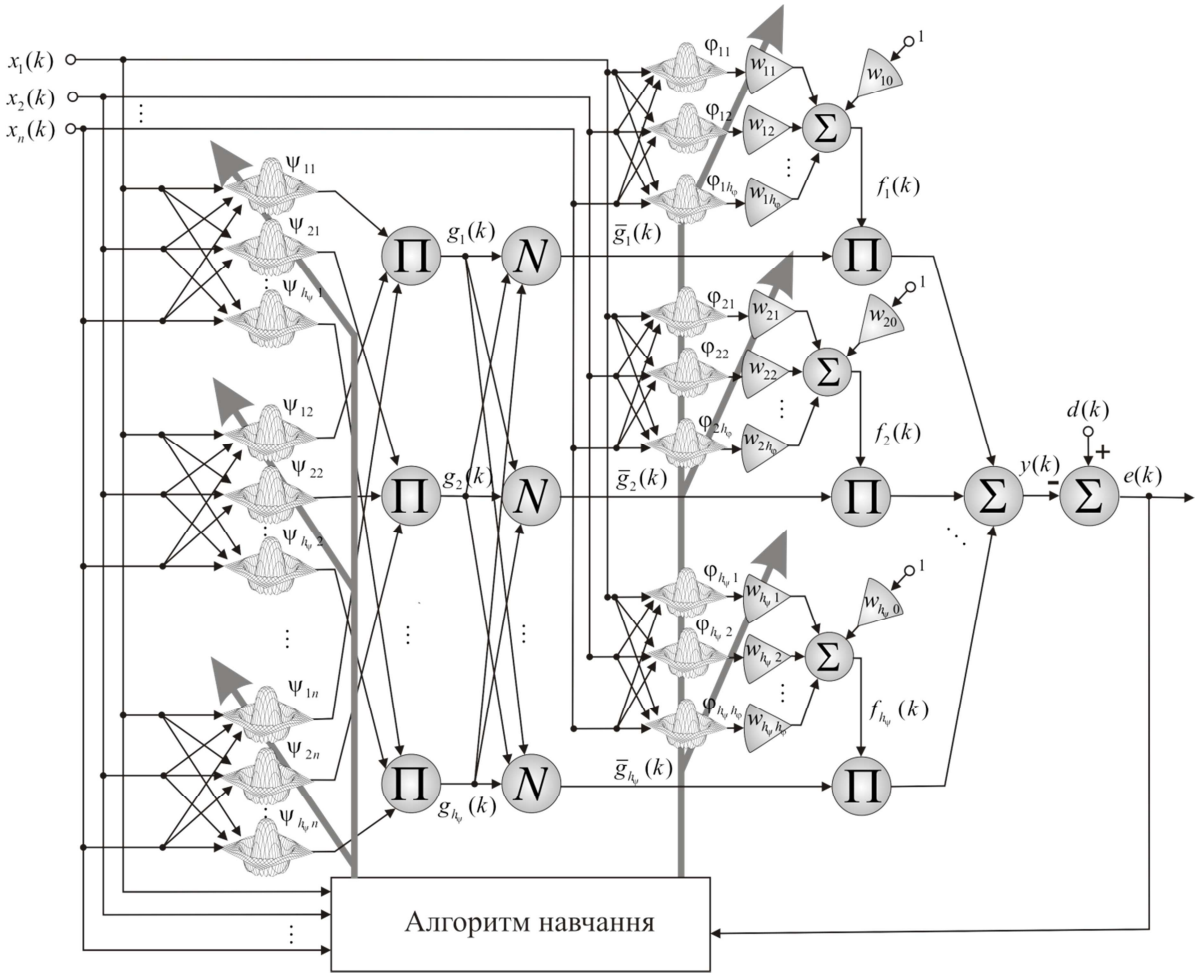


Рис. 1. Функціонально зв'язана багатовимірна вейвлет-нейро-фаззі-система

Архітектура представляє собою гібридну нейро-фаззі архітектуру, що узагальнює в собі нейро-фаззі систему Такагі-Сугено-Канга, вейвлет-нейронні мережі та багатовимірні радіально-базисні нейроархітектури [2-6].

Перший і четвертий приховані шари на відміну від нейро-фаззі систем складаються не із традиційно невід'ємних функцій належності, а утворені набором із $h_\psi n$ багатовимірних вейвлетів $\psi_{ji}(X(k)) = \psi_{ji}\left(X(k),\ c_{ji}^{\psi}(k),\ R_{ji}^{-1}(k),\ \alpha_{ji}^{\psi}(k)\right)$ та $h_\varphi n$ багатовимірних вейвлетів $\varphi_{jm}(X(k)) = \varphi_{jm}\left(X(k),\ c_{jm}^{\varphi}(k),\ Q_{jm}^{-1}(k),\ \alpha_{jm}^{\varphi}(k)\right)$ для першого і четвертого шарів відповідно, з параметрами, що настроюються: вектори центрів c_{ji}^{ψ}, c_{jm}^{φ}, матриці рецепторних полів $R_{ji}^{-1}(k)$, $Q_{jm}^{-1}(k)$ і параметри форми вейвлет-функції α_{ji}^{ψ}, α_{jm}^{φ} $(0 \le \alpha \le 1)$. Тут зразу відмітимо, що коливальний характер вейвлет-функцій не суперечить уніполярності функцій належності, оскільки від'ємні значення $\psi_{ji}(k)$, $\varphi_{jm}(k)$ можуть трактуватися в сенсі малих рівнів належності або неналежності [7].

В якості функції належності-активації будемо використовувати запропоновану нами [6] активаційну функцію, форма якої настроюється в процесі навчання

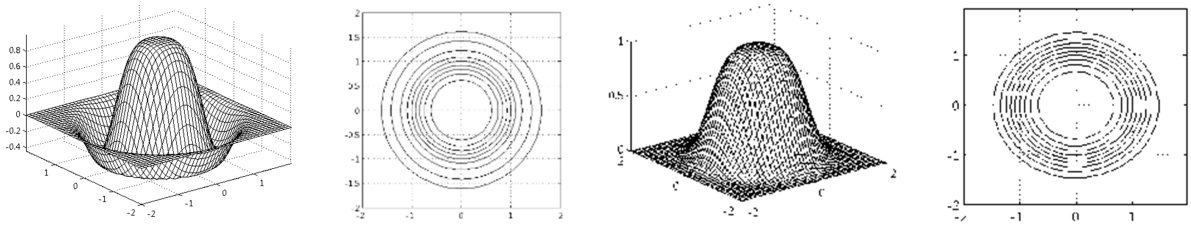
$$\psi_{ji}(X(k)) = (1-\alpha_{ji}^{\psi}(k)\delta_{ji}^{2}(k))\exp\left(-\frac{\delta_{ji}^{2}(k)}{2}\right);\quad \varphi_{jm}(X(k)) = (1-\alpha_{ji}^{\varphi}(k)\tau_{jm}^{2}(k))\exp\left(-\frac{\tau_{jm}^{2}(k)}{2}\right), \tag{1}$$

де $X(k) = (x_1, x_2, ..., x_n)$;

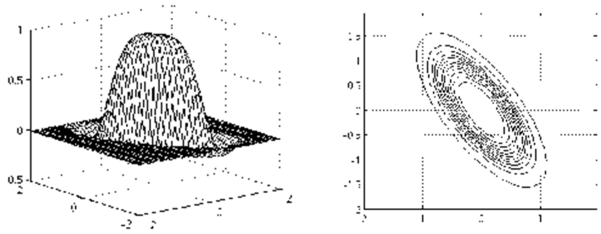
$$\delta_{ji}(k) = \left(\left(X(k)-c_{ji}^{\psi}(k)\right)^{T} R_{ji}^{-1}(k)\left(X(k)-c_{ji}^{\psi}(k)\right)\right);$$

$$\tau_{jm}(k) = \left(\left(X(k)-c_{jm}^{\varphi}(k)\right)^{T} Q_{jm}^{-1}(k)\left(X(k)-c_{jm}^{\varphi}(k)\right)\right)$$

Параметри α_{ji}^{ψ}, α_{jm}^{φ} дозволяють настроювати форму вейвлет-функції, що підвищує якість прогнозування, при цьому, якщо $\alpha = 0$ отримуємо функцію Гаусса (що є стандартною функцією належності), якщо $\alpha = 1$ отримуємо вейвлет-функцію «Mexican Hat», а при $0 < \alpha < 1$ – гібридну функцію належності-активації. На рис. 2 представлено форми вейвлет-функцій (1), що створюються в процесі навчання функціонально зв'язаної багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі системи.



а) $Q^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\alpha = 1$ б) $Q^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\alpha = 0$



в) $Q^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\alpha = 0{,}5$

Рис. 2. Форми вейвлет-функцій, що створюються при різних параметрах форми і матриць рецепторних полів

Другий прихований шар реалізує операцію виду

$$g_j(k) = \prod_{i=1}^{n}\psi_{ji}(k),\ \ j = 1, 2, ..., h_{\psi}, \tag{2}$$

після чого у третьому прихованому шарі проводиться нормалізація параметрів з метою забезпечення виконання умови Руспіні $\sum_{j=1}^{h_{\psi}}\bar{g}_j(k) = 1$:

$$\bar{g}_j(k) = \frac{g_j(k)}{\sum\limits_{j=1}^{h_{\psi}} g_j(k)} = \frac{\prod\limits_{i=1}^{n}\psi_{ji}(k)}{\sum\limits_{j=1}^{h_{\psi}}\prod\limits_{i=1}^{n}\psi_{ji}(k)}. \tag{3}$$

Четвертий прихований шар, що реалізує консеквент системи, що реалізується на базі адаптивного *W*-нейрону [4], за рахунок чого підвищуються апроксимуючі властивості запропонованої гібридної системи:

$$f_j(X(k)) = w_{j0}(k) + \sum_{m=1}^{h_{\varphi}} w_{jm}(k)\varphi_{jm}(\tau_{jm}(k)) = w_j^{T}(k)\varphi_j(\tau_j(k)), \tag{4}$$

де $\varphi_{j0} = 1$;

$$w_j(k) = (w_{j0}(k), w_{j1}(k), w_{j2}(k), \ldots w_{jh_{\varphi}}(k))^{T};$$

$$\varphi_j(\tau_j(k)) = (1, \varphi_{j1}(\tau_{j1}(k)), \varphi_{j2}(\tau_{j2}(k)),\ \ldots, \varphi_{jh_{\varphi}}(\tau_{jh_{\varphi}}(k)));$$

$$\varphi_{jm}(\tau_{jm}(k)) = \varphi_{jm}((X(k)-c_{jm}^{\varphi}(k))^{T} Q_{jm}^{-1}(k)(X(k)-c_{jm}^{\varphi}(k)), \alpha_{jm}(k)),$$

з іншого боку можемо переписати цей вираз у вигляді

$$\bar{g}_j(k)\left(w_{j0}(k) + \sum_{m=1}^{h_{\varphi}} w_{jm}(k)\varphi_{jm}(\tau_{jm}(k))\right) = \bar{g}_j w_j^{T}(k)\varphi_j(\tau_j(k)), \tag{5}$$

де $h_\varphi(n + 1)$ параметрів w_{jm}, $j = 1, 2, ..., h_\varphi$, $m = 0, 1, 2, ..., h_\psi$ визначаються в процесі навчання функціонально зв'язаної багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі системи.

В останньому п'ятому вихідному шарі обчислюється вихідний сигнал системи, що можна записати у векторній компактній формі

$$y(k) = \overline{g}^T(k) f(X(k)), \tag{6}$$

де $f(X(k)) = (f_1(X(k)),\ \ f_2(X(k)),\ldots,\ f_{h_\psi}(X(k))^T = (w_1^T(k)\varphi_1(\tau_1(k)),\ldots,\ w_{h_\psi}^T(k)\varphi_{h_\psi}(\tau_{h_\psi}(k)))$.

Якщо ввести заміну змінних $w = (w_1, w_1, \ldots, w_{h_\psi})^T$ та $F(X(k)) = (\overline{g}_1(k)\varphi_1(\tau_1(k)), \overline{g}_2(k)\varphi_2(\tau_2(k)),$ $\ldots \overline{g}_{h_\psi}(k)\varphi_{h_\psi}(\tau_{h_\psi}(k)))^T$ вихід системи можна записати в формі, що зручна для синтезу алгоритму навчання

$$y(k) = w^T(k)F\big(X(k)\big). \tag{7}$$

Алгоритм навчання функціонально зв'язаної багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі системи

Для настроювання параметрів першого прихованого шару функціонально зв'язаної багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі системи будемо використовувати алгоритм зворотного поширення похибки, що заснований на ланцюговому правилі диференціювання і градієнтної оптимізації локального критерію

$$E(k) = 1/2e^2(k) = 1/2\big(d(k) - y(k)\big)^2 = 1/2\big(d(k) - w^T(k)F\big(X(k)\big)\big)^2. \tag{8}$$

Використовуючи низку перетворень теорії оптимізації та використання процедури типу Хартлі [8] або Марквардта [9], можна отримати алгоритм навчання першого прихованого шару з підвищеною швидкістю збіжності. З метою надання алгоритму навчання фільтруючих властивостей, вводиться також додаткова процедура настроювання регуляризуючого параметра, що веде до алгоритму навчання параметрів c_{ji}^ψ, α_{ji}^ψ у вигляді

$$\begin{cases} \Phi(k+1) = \Phi(k) + \lambda_\Phi\left(\dfrac{J_\Phi(k)e(k)}{\eta_\Phi(k)}\right); \\ \eta_\Phi(k+1) = \beta\eta_\Phi(k) + \| J_\Phi(k+1)\|^2, \end{cases} \tag{9}$$

де $J_\Phi(k) = \left(\partial y(k)/\partial c_{11}^\psi, \partial y(k)/\partial \alpha_{11}^\psi, \ldots, \partial y(k)/\partial c_{h_\psi n}^\psi, \partial y(k)/\partial \alpha_{h_\psi n}^\psi\right)^T$,

$$\begin{cases} \partial y(k)/\partial c_{ji}^\psi = -2 f_j\big(X(k)\big)\overline{g}_j(k)(1-\overline{g}_j(k))\cdot 1/\psi_{ji}(x_i(k))R_{ji}^{-1}(k)\big(X(k) - c_{ji}^\psi(k)\big)\partial\psi_{ji}\big(\delta_{ji}^\psi(k)\big)/\partial\delta_{ji}^\psi; \\ \partial y(k)/\partial \alpha_{ji}^\psi = f_j\big(X(k)\big)\overline{g}_j(k)(1-\overline{g}_j(k))\cdot 1/\psi_{ji}(x_i(k))\partial\psi_{ji}\big(\delta_{ji}^\psi(k)\big)/\partial\alpha_{ji}^\psi(k). \end{cases}$$

Для матриць рецепторних полів $R_{ji}^{-1}(k)$ використовується модифікація процедури (9) в векторно-матричній формі

$$\begin{cases} H(k+1) = H(k) + \lambda_H\left(\dfrac{J_H(k)e(k)}{\eta_H(k)}\right); \\ \eta_H(k+1) = \beta\eta_H(k) + Tr\big(J_H^T(k+1)J_H(k+1)\big), \end{cases} \tag{10}$$

де $J_H(k) = \left(\{\partial y(k)/\partial R_{11}^{-1}\},\ldots,\{\partial y(k)/\partial R_{h_\psi n}^{-1}\}\right)^T$,

$$\left\{\frac{\partial y(k)}{\partial R_{ji}^{-1}(k)}\right\} = f_j\big(X(k)\big)\overline{g}_j(k)\big(1-\overline{g}_j(k)\big)1/\psi_{ji}\big(x_i(k)\big)\big(X(k) - c_{ji}^\psi(k)\big)\big(X(k) - c_{ji}^\psi(k)\big)^T\left(\frac{\partial\psi_{ji}(\delta_{ji}^\psi(k))}{\partial\delta_{ji}^\psi(k)}\right).$$

Запропонований алгоритм навчання при $\beta = 0$ має максимальну швидкість збіжності, а при $\beta = 1$ набуває властивості стохастичної апроксимації, при цьому алгоритм стійкий при довільних значеннях параметра β, чим вигідно відрізняється від експоненційно-зваженого рекурентного метода найменших квадратів.

Далі розглянемо алгоритм навчання параметрів четвертого шару, а саме алгоритм навчання адаптивного W-нейрону в консеквенті функціонально зв'язаної багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі-системи. Оскільки $(h_\varphi + 1) \times 1$ вектор синаптичних ваг w входить в опис мережі лінійно, то для його уточнення можемо використовувати любий з алгоритмів адаптивної ідентифікації та, насамперед, традиційний рекурентний метод найменших квадратів, що має фільтруючі властивості.

Для настроювання параметрів W-нейронів (векторів $c_{jm}^\varphi(k)$, матриць рецепторних полів $Q_{jm}^{-1}(k)$, параметрів $\alpha_{jm}^\varphi(k)$) використовується градієнтна мінімізація локального критерію (9), при цьому на відміну від по компонентного навчання, проводиться уточнення у векторно-матричній формі, що, по-перше, простіше з обчислювальної точки зору, а, по-друге, дозволяє оптимізувати процес навчання за швидкодією.

Таким чином, якщо провести низку нескладних перетворень, кінцева форма алгоритму навчання параметрів W-нейронів прихованого шару у оптимальному за швидкодією варіанті можна записати у вигляді

$$\begin{cases} c_j^{\varphi}(k+1) = c_j^{\varphi}(k) - \lambda_{c_j^{\varphi}} \dfrac{e(k) J_{c_j^{\varphi}}^{\varphi}(k)}{\eta_{c_j^{\varphi}}(k)}, \ \eta_{c_j^{\varphi}}(k+1) = \gamma_{c_j^{\varphi}} \eta_{c_j^{\varphi}}(k) + \left\| J_{c_j^{\varphi}}^{\varphi}(k+1) \right\|^2, \\ Q_j^{-1}(k+1) = Q_j^{-1}(k) + \lambda_{Q_j^{-1}} \dfrac{e(k) J_{Q_j^{-1}}^{\varphi}(k)}{\eta_{Q_j^{-1}}(k)}, \ \eta_{Q_j^{-1}}(k+1) = \gamma_{Q_j^{-1}} \eta_{Q_j^{-1}}(k) + Tr\left(J_{Q_j^{-1}}^{\varphi T}(k+1) J_{Q_j^{-1}}^{\varphi}(k+1) \right), \\ \alpha_j(k+1) = \alpha_j(k) + \lambda_{\alpha_j} \dfrac{e(k) J_{\alpha_j}^{\varphi}(k)}{\eta_{\alpha_j}(k)}, \ \eta_{\alpha_j}(k+1) = \gamma_{\alpha} \eta_{\alpha_j}(k) + \left\| J_{\alpha_j}^{\varphi}(k+1) \right\|^2 \end{cases} \quad (12)$$

(тут $0 \le \gamma_{c_j^{\varphi}} \le 1,\ 0 \le \gamma_{Q_j^{-1}} \le 1, 0 \le \gamma_{\alpha} \le 1$ – параметри зважування застарілої інформації), що є нелінійним гібридом алгоритму Качмажа-Уідроу-Гоффа та Гудвіна-Ремеджа-Кейнеса, який має як слідкуючі так і фільтруючі властивості [9].

Експериментальне моделювання

Експериментальне моделювання проведено на базі прогнозування хаотичного атрактора Лоренца [10].

Атрактор Лоренца – компактна інваріантна множина L в трехвимірному фазовому просторі гладкого потоку, що має визначену складну топологічну структуру та є асимптотично стійким та усі траєкторії з деякого околу L прямує до L при $t \to \infty$. Атрактор Лоренца було знайдено у числових експериментах Лоренца, що досліджував поведінку траєкторії нелінійної системи:

$$\dot{x} = \sigma(y - x);\ \dot{y} = x(r - z) - y;\ \dot{z} = xy - bz \quad (13)$$

при таких значеннях параметрів: σ = 10, r = 28, b = 8/3. Ця система спочатку було введено, як перше нетривіальне гальоркінське наближення для задачі про конвекцію морської води в пласкому шарі, чим і мотивуються вибір значення σ, r та b, але вона виникає також і у інших фізичних питаннях і моделях: конвекція в замкнутій петлі, обертання водяного колеса, модель одномодового лазера, дисипативний осцилятор з інерційною нелінійністю.

Диференціальні рівняння (13) можуть бути переписані у рекурентні рівняння виду:

$$\begin{aligned} x(i+1) &= x(i) + \sigma\big(y(i) - x(i)\big)dt; \\ y(i+1) &= y(i) + \big(rx(i) - z(i)x(i) - y(i)\big)dt; \\ z(i+1) &= z(i) + \big(x(i)y(i) - bz(i)\big)dt. \end{aligned} \quad (13)$$

де σ = 10, r = 28, b = 8/3, dt = 0,001.

Проведемо прогнозування хаотичного атрактора Лоренца за допомогою узагальненої багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі системи. Кількість вейвлет-активаційних функцій у прихованому шарі системи та їхні початкові параметри були отримані за допомогою методу субтрактивної кластеризації. Застосування цього методу дозволяє отримати не тільки вихідну матрицю координат центрів кластерів, але також вектор, компоненти якого визначають діапазон впливу центра кластера. Початкові значення синаптичних ваг були прийняті нульовими.

В якості критерію прогнозу було використано середньоквадратичну похибку (RMSE)

$$RMSE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \big(y(k) - y_{wnfs}(k) \big)^2. \quad (14)$$

Результати прогнозування атрактора Лоренца (13) наведено на рис. 3.

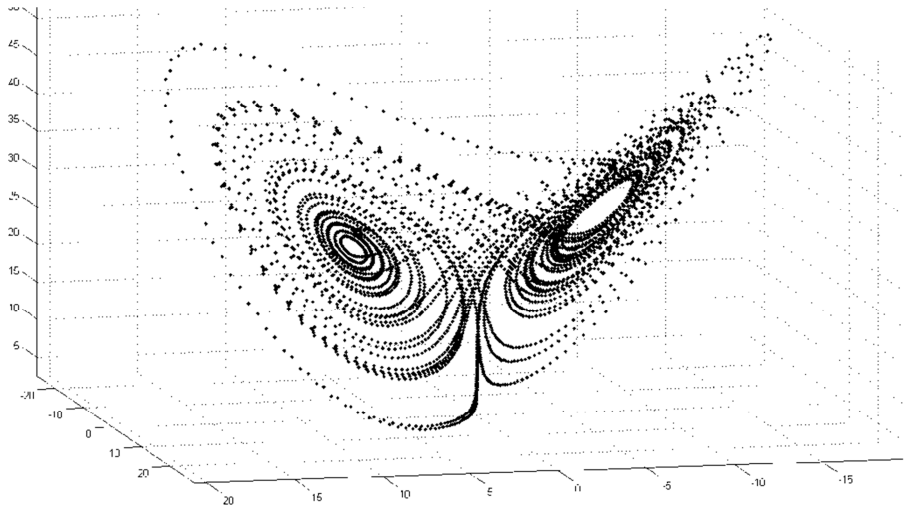


Рис. 3. Результати прогнозування атрактора Лоренца

У таблиці 1 наведено порівняльний аналіз процесу прогнозування на основі запропонованої функціонально зв'язаної багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі системи з настроюванням всіх її параметрів з іншими підходами, описаними в літературних джерелах.

Таблиця 1

Порівняльний аналіз результатів прогнозування атрактора Лоренца

Нейронна мережа / Алгоритм навчання	**Кількість епох навчання**	**RMSE**	
		Навчальна вибірка	Тестова вибірка
Функціонально зв'язана багатовимірна вейвлет-нейро-фаззі система / Запропонований алгоритм навчання (9, 10, 12)	**5**	**0,105**	**0,189**
Адаптивна нейро-фаззі система / Градієнтний алгоритм навчання	10	0,305	0,417
Радіально-базисна нейронна мережа / Градієнтний алгоритм навчання	10	0,321	0,423
Багатошаровий персептрон / Алгоритм зворотного поширення похибки	20	0,967	1,546

Висновки

Запропонована архітектура функціонально зв'язаної узагальненої багатовимірної вейвлет-нейро-фаззі системи має покращені апроксимуючі властивості за рахунок введення багатовимірних адаптивних вейвлет-функцій в перший прихований шар, адаптивних *W*-нейронів у консеквент, а також настроювання усіх параметрів системи. Така функціонально зв'язана багатовимірна вейвлет-нейро-фаззі система може використовуватися для вирішення задач діагностики, прогнозування, емуляції та ідентифікації нестаціонарних нелінійних хаотичних процесів. Експериментальне моделювання було проведено на хаотичних часових рядах. Порівняння результатів експериментів з результатами відомих нейро-фаззі систем довело переваги запропонованого підходу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Pao Y.-H. Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks / Y.-H. Pao. – Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, USA, 1989. – 309 p.
2. Abiyev R. H. Fuzzy wavelet neural networks for identification and control of dynamic plants – A novel structure and a comparative study / R. H. Abiyev, O. Kaynak // IEEE Trans. on Industrial Electronics. – 2008. – 55(8). – P. 3133–3140.
3. Bodyanskiy Ye. Adaptive wavelet-neuro-fuzzy network in the forecasting and emulation tasks / Ye. Bodyanskiy, I. Pliss, O. Vynokurova // Int. Journal on Information Theory and Applications. – 2008. – V. 15. – 1. – P. 47–55.
4. Бодянський Є. В. Інтелектуальна обробка даних на основі гібридної вейвлет-нейро-фаззі системи на адаптивних *W*-нейронах / Є. В. Бодянський, О. А. Винокурова // Наукові праці : Науково-методичний журнал. – Миколаїв : Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили, 2009. – Вип. 104. Т. 117. Комп'ютерні технології. – С. 88–98.
5. Bodyanskiy Ye. Hybrid radial-basis neuro-fuzzy wavelon in the non-stationary sequences forecasting problems / Ye. Bodyanskiy, O. Vynokurova // Proc. 2nd Int. Conf. on Inductive Modelling. – Kyiv, 2008.– P. 144–147.
6. Бодянский Е. В. Адаптивный вэйвлон и алгоритм его обучения / Е. В. Бодянский, Е. А. Винокурова // Управляющие системы и машины. – 2009. – 1 (219). – С. 47–53.
7. Mitaim S. Adaptive joint fuzzy sets for function approximation / S. Mitaim, B. Kosko // Proc. Int. Conf. on Neural Networks. – 1997. – P. 537–542.
8. Hartley H. The modified Gauss-Newton method for the fitting of nonlinear regression functions of least squares / H. Hartley // Technometrics. – 1961. – 3. – P. 269–280.
9. Marquardt D. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters / D. Marquardt // SIAM J. Appl. Math. – 1963. – 11. – P. 431–441.
10. Лоренц Э. Детерминированное непериодическое движение / Э. Лоренц // Странные аттракторы. – М., 1981. – С. 88–116.

Рецензенти: Фісун М. Т., д.т.н., професор;
Кондратенко Ю. П., д.т.н., професор

© Винокурова О. А., 2010

Стаття надійшла до редколегії 14.10.2010 р.