УДК 622.248

Данилов В.Я., Науменко І.Я., Кизима В.І.

Дослідження акустичного поля в міжтрубному просторі нафтових свердловин

Розглянуто акустичне поле в міжтрубному просторі нафтової свердловини при поршневому збудженні, розраховано верхню межу частотного діапазону ехолокації, зроблено рекомендації відносно вибору робочого частотного діапазону.

Acoustic field in casing annulus of oil well generated by piston is considered, the upper limit of frequency range is calculated, work frequency range is recommended.

Одним з найважливіших завдань при експлуатації нафтових свердловин є вимірювання рівня рідини (нафти) в міжтрубному просторі. Відомо, що чи не єдиним шляхом його вирішення є використання акустичного методу ехолокації, який грунтується на випромінюванні акустичного сигналу з устя свердловини в міжтрубний простір та прийманні ехо-сигналу, відбитого від границі газ-рідина, з подальшим обчисленням часової затримки та рівня рідини h [1-3]. І хоча серйозної альтернативи акустичному методу для вирішення цього завдання наразі не існує, глибший аналіз літератури та відомих розробок показує, що можливості акустичного методу вимірювань використовуються не повністю, а структура та принципи обробки акустичної інформації не завжди є оптимальними. В роботах [2,3] сформульовано головні проблеми, що постають на шляху подальшого розвитку акустичного методу. Однією з них є проблема розрахунку акустичного поля в складних умовах міжтрубного простору та визначення частотного діапазону ехолокації.Узагальнену схему ехолокації рівня рідини в нафтових свердловинах зображено на рис. 1. Міжтрубний простір будь-якої свердловини можна розглядати як акустичний хвилевід довжиною h, границями якого є зовнішня поверхня насосно-компресорної труби (НКТ) 1 діаметром d_1 та внутрішня поверхня обсадної труби 2 діаметром d_2. Зокрема, для нафтових свердловин d_1=6...7 см, d_2=12...14 см. Спочатку будемо вважати, що з'єднувальні муфти 3, а також перепади зрізів труби відсутні, а самі труби розташовані симетрично відносно осі. Оскільки в міжтрубному просторі знаходиться природний газ, границі хвилеводу вважатимемо абсолютно жорсткими, а згасання сигналу вздовж хвилеводу відсутнім. Таким чином, маємо ідеальний хвилевід типу "труба в трубі". Будемо вважати, що основний параметр акустичного поширення хвиль, а саме швидкість звуку відома для всіх $0 \le z \le h$ з деякою випадковою похибкою:

$$c(z) = c_0(z) + \delta c(z), \tag{1}$$

де $c_0(z)$ відома функція, а $\delta c(z)$ – випадкова похибка у визначенні $c_0(z)$.

Припустимо, що збуджуючі свердловину акустичні сигнали не є потужними, тому рівняння поширення акустичних коливань буде лінійним:

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - c^2\Delta\Phi = 0\,, \qquad (2)$$

де $\Phi = \Phi(r,\phi,z,t)$ – потенціал звукового поля, $c=c(r,\phi,z,t)$ – швидкість поширення звукових коливань в міжтрубному просторі, t – час.

Оскільки геометрія хвилеводу має циліндричну симетрію, то оператор Лапласа в циліндричних координатах матиме вигляд [4]:

$$\Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\,, \qquad (3)$$

r – радіальна координата, ϕ - кутова координата, z – поздовжня координата.

Граничні умови в міжтрубному просторі мають вигляд:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r}\Big|_{r=r_1} = \frac{\partial\Phi}{\partial r}\Big|_{r=r_2} = 0, \qquad (4)$$

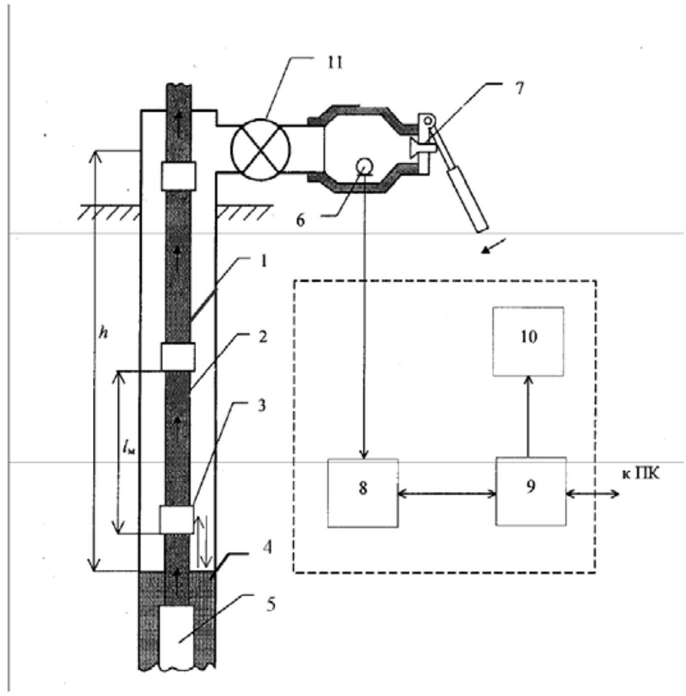

Рис. 1. Узагальнена схема ехолокації рівня рідини в свердловині

1 – обсадна труба; 2 – насосно-компресорна труба; 3 – з'єднувальна муфта; 4 – рівень рідини; 5 – глибинний насос; 6 – акустичний приймач; 7 – механічний збуджувач; приймальний тракт; 9 – обчислювальний блок; 10 – індикатор.

де r_1, r_2 – радіуси внутрішньої та зовнішньої труб.

Розглянемо спочатку найпростіший випадок, коли швидкість звуку у хвилеводі є постійною, а збудження звукових коливань у міжтрубному просторі відбувається завдяки осциляції кільцеподібного поршня за гармонічним законом. Тоді права частина рівняння буде відмінною від 0 і характеризуватиме збудження хвилеводу:

$$f(r,\ \phi,\ z,\ t) = e^{-i\omega t}\,\varphi(z),$$

тобто в ньому відсутня залежність від кута ϕ та координати r. Функцію $f(r,\ \phi,\ z,\ t)$ в будь-який момент часу t для всіх z можна записати у вигляді:

$$f(r,\ \phi,\ z,\ t) = = e^{-i\omega t}\, e^{jkz}\theta(r)\theta(\phi), \qquad (5)$$

де $\theta(r)$ та $\theta(\phi)$– функції Хевісайда. Таким чином, у цьому випадку задана функція $f(r,\phi,z,t)$ є плоскою хвилею, що поширюється вздовж осі z. Далі маємо знайти розв'язок хвильового рівняння гармонічного за часом у вигляді $\Phi = e^{-i\omega t}\varphi(r,z)$. Підставляючи цю функцію в крайову задачу (4), одержимо рівняння для функції $\varphi(r,z)$

$$\Delta\varphi = -k_0^2\varphi\,, \qquad (6)$$

де k_0^2– квадрат хвильового числа. Враховуючи симетрію від ϕ, одержуємо простіше рівняння:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -k_0^2\varphi\,, \qquad (7)$$

розв'язок якого шукатимемо у вигляді:

$$\varphi(r,z) = R(r)\cdot Z(z)\,. \qquad (8)$$

В результаті для невідомих функцій $R(r)$ та $Z(z)$ одержимо наступні рівняння:

$$R'' + \frac{1}{r}R' + \chi^2 R = 0 \text{ і } Z'' = -k_z^2 Z\,, \tag{9}$$

де $k_z^2 = k_0^2 - \chi^2$.

В першому рівнянні зробимо заміну: $\chi \cdot r = \zeta$, тоді воно матиме такий вигляд:

$$R'' + \frac{1}{\zeta}R' + R = 0\,. \tag{10}$$

Розв'язком останнього є функція: $R = C_1 J_0(\zeta) + C_2 N_0(\zeta) = C_1 J_0(\chi r) + C_2 N_0(\chi r)$, де C_1, C_2 – невідомі константи, а $J_0(\chi r), N_0(\chi r)$ – функції Бесселя та Неймана 0-го порядку.

Для знаходження цих констант будемо використовувати граничні умови. В нашому випадку для простору, обмеженого двома трубами з радіусами r_1, r_2, вони будуть такими:

$$\frac{\partial R}{\partial r}\Big|_{r=r_1} = \frac{\partial R}{\partial r}\Big|_{r=r_2} = 0\,. \tag{11}$$

Ці граничні умови дають систему рівнянь для визначення C_1, C_2:

$$\begin{aligned} &\chi(C_1 J_0'(\chi r_1) + C_2 N_0'(\chi r_1)) = 0, \\ &\chi(C_1 J_0'(\chi r_2) + C_2 N_0'(\chi r_2)) = 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Для спрощення попередньої системи рівнянь використаємо співвідношення [5]:

$$J_\nu'(\zeta) = -J_{\nu+1}(\chi) + \frac{\nu}{\chi}J_\nu(\chi) \text{ і } N_\nu'(\chi) = -N_{\nu+1}(\chi) + \frac{\nu}{\chi}N_\nu(\chi)\,. \tag{13}$$

Враховуючи ці формули для ν=0, одержуємо $J_0' = -J_1$ і $N_0' = -N_1$.

Оскільки написана система рівнянь повинна мати ненульові розв'язки, необхідно і достатньо, щоб виконувалися такі умови: або $\chi = 0$, або:

$$J_1(r_1 x)N_1(r_2 x) - N_1(r_1 x)J_1(r_2 x) = 0. \tag{14}$$

Останнє рівняння дає дискретний набір χ. Позначимо їх, починаючи з нульового, як $\chi_1 = 0$; χ_n – $n-1$ -й корінь рівняння (14). Отже, хвильові числа поширення в поздовжньому напрямку будуть мати також дискретний набір значень

$$k_z = k_n = \sqrt{k_0^2 - \chi_n^2}\,. \tag{15}$$

Це означає, що з усіх можливих функцій, які є розв'язками хвильового рівняння, хвильовим процесам з частотою ω відповідає дискретний набір гармонічних хвиль, для яких k_n – дійсна величина:

$$\Phi(r,z,t) = e^{-i\omega t}\sum_{n=0}^{\infty}\left[C_{n1}J_0(\chi_n r) + C_{n2}N_0(\chi_n r)\right]F_n e^{ik_n z}, \tag{16}$$

де F_n – коефіцієнти Фур'є у розкладі функції (5) за власними функціями.

Дані співвідношення можуть бути основою для вибору робочої смуги частот при ехолокації в свердловинах. На рис. 2 наведено результати розрахунків залежності першої критичної частоти хвилеводу типу "труба в трубі" від діаметра обсадної труби та від співвідношення діаметрів НКТ та обсадної труби (d_1/d_2). Їх отримано шляхом розв'язання рівняння (14).

Кривою 1 ця залежність ілюструється для однієї труби (НКТ відсутня). Як видно з графіка, критична частота моделі типу "труба в трубі" вже при d_1/d_2=0,5 суттєво збільшується порівняно з відповідною одинокою трубою (d_1/d_2=0). Для міжтрубного каналу типової нафової свердловини з радіусами труб r_1=3,25 см та r_2=6,5 см першу критичну частоту розрахуємо таким чином. Розв'язуємо типове рівняння $J_1(x)N_1(\frac{r_2}{r_1}x) - N_1(x)J_1(\frac{r_2}{r_1}x) = 0$, де $x = \chi r_1$, звідки x_1=3,20 і χ_1=98,4. Прирівнюючи нулеві (15), отримуємо $f_{1кр} = c \cdot \frac{\chi_1}{2\pi}$ =5170 Гц. Порівнюючи отримане значення з відповідною критичною частотою для одинокої труби (r_2=0,61λ) [6] того ж діаметра, що і обсадна, бачимо, що критична частота моделі "труба в трубі" виявляється майже в 2 рази вищою.

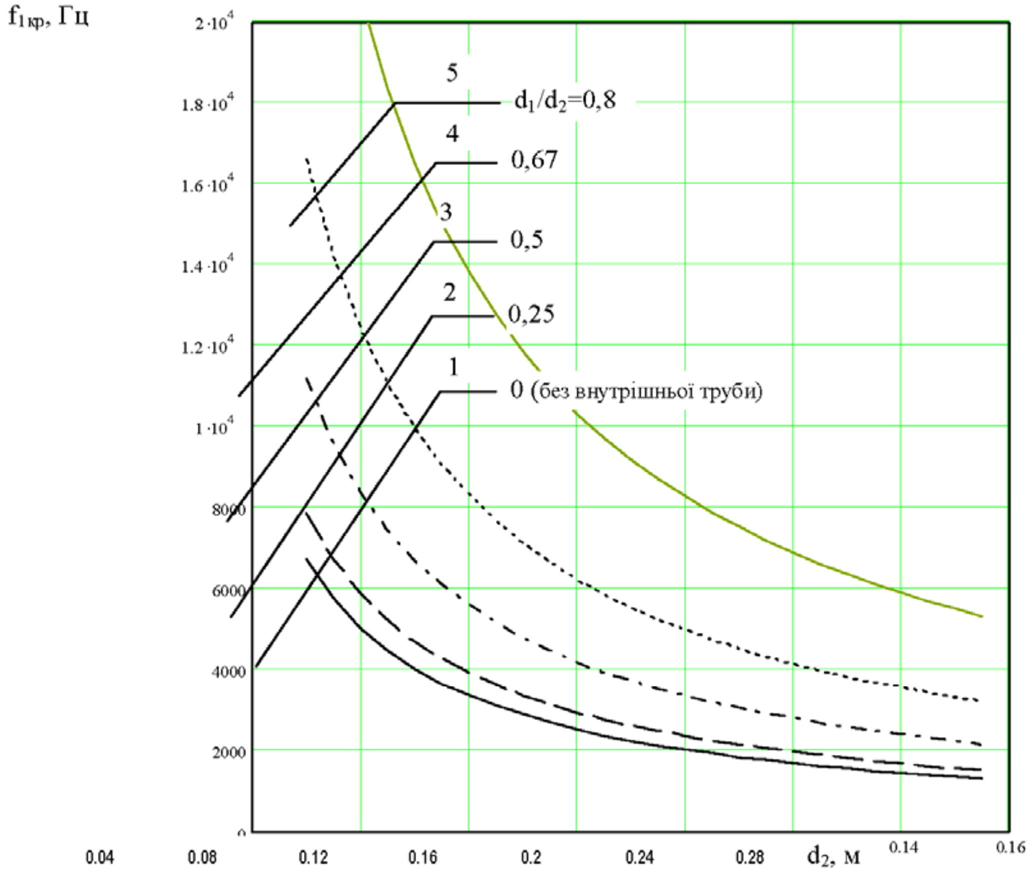

Рис. 2. Залежність першої критичної частоти хвилеводу типу "труба в трубі" від геометричних розмірів

Проте ехолокацію у хвилеводах доцільно вести в нижній частині частотного діапазону, де менша вірогідність виникнення нормальних хвиль першого і вищих порядків, тобто де поширюється лише нульова мода або плоска хвиля. В роботі [6] рекомедується використовувати режим "дуже вузької" труби, тобто $r_2 << 0,61\lambda$. Тільки за такої умови акустичний сигнал без відбиття проходить різні деформації та різкі зміни профіля труби, що не супроводжуються зміною її зрізу. Отримане значення першої критичної частоти є верхньою межею частотного діапазону ехолокації лише в ідеальному міжтрубному просторі. На практиці міжтрубний простір часто дуже далекий від ідеального хвилеводу, тому зазвичай верхню межу робочого частотного діапазону знижують в (10-20) разів.

Література

1 Науменко І.Я., Кизима В.І., Бульбас В.М. Портативний ехолот-реєстратор для зондування нафтових і газових свердловин // Нафтова і газова промисловість. 1998. – №2. – С. 33-35.

2 Науменко І.Я., Кизима В.І., Бульбас В.М. Проблеми врахування швидкості звуку при вимірюванні рівня

рідини у нафтових свердловинах // Нафтова і газова промисловість. – 2004. – №1. – С. 40-42.
3 Данилов В.Я., Науменко І.Я., Кизима В.І. Вимірювання рівня рідини в нафтових свердловинах акустичним методом. Сучасний стан, проблеми, засоби // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2005. – №1. – С. 30-32.
4 Лепендин Л.Ф. Акустика. – М: Высшая школа, 1978. – 448 с.
5 Справочник по специальным функциям под. ред. М.Абрамовица и И. Стиган. – М: Наука. – 1979. – 832 с.
6 Исакович М.А. Общая акустика. – М.: Наука, 1973. – 496 с.