УДК 681.3

КОНДРАТЕНКО В.Ю., *Київський національний університет імені Тараса Шевченка*

Кондратенко Володимир Юрійович – студент факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, спеціальність – "Прикладна математика". Автор 3 публікацій та 3-х заявок на патенти України.

АНАЛІТИЧНІ МОДЕЛІ РЕЗУЛЬТУЮЧИХ ФУНКЦІЙ НАЛЕЖНОСТІ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ З НЕЧІТКИМИ МНОЖИНАМИ: ОПЕРАЦІЯ ДІЛЕННЯ

У статті розглядається методика формування аналітичних моделей для підвищення точності і швидкодії обчислювальних процесів при виконанні арифметичних операцій над нечіткими числами. Особливу увагу приділено операції ділення нечітких чисел з трикутною формою функцій належності. Наводяться результати досліджень адекватності результуючої функції належності нечіткому трикутному числу та обгрунтовується її нелінійний та однозначний характер.

This article deals with technique of synthesis of analytical models for accuracy increasing and operation time decreasing for computing processes during arithmetic operations with fuzzy numbers. Special attention is paid to division of fuzzy numbers with triangular membership functions. The adequacy of result membership function to triangular fuzzy number is investigated and its non-linear and certain characteristics are discussed.

Вступ

Розв'язок задач інтелектуального прийняття рішень та автоматизованого управління в екстремальних умовах і конфліктних ситуаціях суттєво ускладнюється відсутністю повної апріорної інформації про умови функціонування об'єктів і систем, параметри та характеристики зовнішніх збурень тощо. В таких випадках говорять про необхідність ефективного управління або прийняття рішень в нечітко визначених умовах або в умовах невизначеності [1, 3, 6, 12, 20]. Одним з шляхів математичної формалізації такого класу процесів та систем та зниження рівня невизначеності інформації є застосування теорії нечітких множин та нечіткої логіки [2, 4, 5, 6, 8, 10, 17]. Професором Лотфі Заде [4] для означення нечіткої множини, наприклад $\underset{\sim}{A}$, введено поняття функції належності $\mu_{\underset{\sim}{A}} \in [0,\ 1]$ і кожному елементу x цієї нечіткої множини $\underset{\sim}{A}$ поставлено у відповідність конкретне значення функції належності $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \in [0,\ 1]$. Нечіткі множини, як правило, визначаються в універсальних множинах дійсних R, дійсних додатних R^+, цілих Z та цілих додатних N чисел. При цьому під нечіткою множиною $\underset{\sim}{A}$, що задана на універсальній множині E, розуміють [2, 4, 21, 24] саме відповідну сукупність пар

$$(x,\ \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)),\ \forall x \in E,\ \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \in [0,\ 1].$$

Важливими характеристиками нечітких множин є їх α-перерізи [19,21]. Зокрема, для нечіткої множини $\underset{\sim}{A} \in R$ α-перерізам відповідаютьладають чіткі (з точки зору умови $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \geq \alpha$) підмножини $A_\alpha \in R$:

$$A_\alpha = \{x \big| \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \geq \alpha\},\quad \alpha \in [0,\ 1].$$

Два α-перерізи, наприклад для $\alpha = \alpha_1$, $\alpha = \alpha_2$, можно представити чіткими (з точки зору умови $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \geq \alpha$) підмножинами

$$A_{\alpha_1} = \left[a_1(\alpha_1), a_2(\alpha_1)\right],\quad A_{\alpha_2} = \left[a_1(\alpha_2), a_2(\alpha_2)\right].$$

α-перерізи також відіграють важливу роль при здійсненні арифметичних операцій з нечіткими множинами, в тому числі операцій додавання $(+)$, віднімання $(-)$, множення $(\cdot)$, ділення $(:)$, визначення мінімума $(\wedge)$ і максимума $(\vee)$. Такі арифметичні операції [6,10,17,21] мають високу обчислювальну складність, оскільки виконуються почергово для всіх рівнів $\alpha_i \in [0,\ 1]$, $i = 0,1,2,...,r$, $\alpha_0 = 0$, $\alpha_r = 1$ з відповідно обраним кроком дискретності $\Delta\alpha = \dfrac{1}{r}$, величина якого, враховуючи, що $\alpha_{i+1} = \alpha_i + \Delta\alpha$, суттєво впливає в першу чергу на точність та швидкодію реалізації обчислювальних процедур [14].

Теорія нечітких множин має широкі перспективи з точки зору можливостей практичного застосування її математичних методів в різних галузях науки та техніки, зокрема для розв'язку задач управління підприємствами та технічними об'єктами [2, 3, 6, 8, 17], а також задач інтелектуальної підтримки процесів прийняття рішень у соціально-економічних системах, маркетингових комунікаціях, при автоматизації складних технологічних процесів в умовах невизначеності [1, 5, 20, 25]. Разом з тим слід відмітіти, що теоретичні дослідження та розробки в області теорії нечітких множин та нечіткої логіки продовжують знаходитись в полі зору відповідних спеціалістів з прикладної математики, штучного інтелекту, систем управління, дослідження операцій та ін. [1, 2, 6, 7, 9, 10, 17, 18, 25].

Обробка нечіткої інформації при виконанні арифметичних операцій з нечіткими трикутними числами

В даній статті основну увагу зосереджено на дослідженні властивостей арифметичних операцій над нечіткими трикутними числами, які є найбільш поширеними при застосуванні теорії нечітких множин для проектування систем управління, систем підтримки прийняття рішень та інтелектуальних експертних систем [1, 6, 8, 9, 10, 25]. В свою чергу, якщо функція належності $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ нечіткої множини $\underset{\sim}{A}$ є нормальною і опуклою [21, 24], то таку нечітку множину називають нечітким числом $\underset{\sim}{A}$. При цьому нечітким трикутним

числом (рис.1) називають нечітке число $\underset{\sim}{A} = (a_1, a_0, a_2)$, функція належності якого $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ має трикутну форму, де $\mu_{\underset{\sim}{A}}(a_1) = 0;\quad \mu_{\underset{\sim}{A}}(a_0) = 1;\quad \mu_{\underset{\sim}{A}}(a_2) = 0$

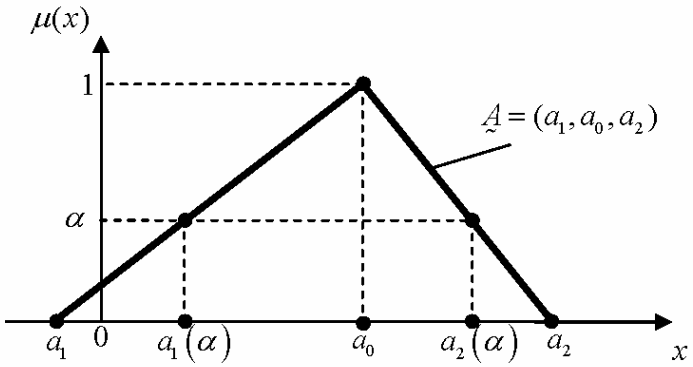

Рис. 1. Нечітка множина $\underset{\sim}{A}$ з трикутною формою функції належності

Математична модель A_α та функція належності $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ нечіткого трикутного числа $\underset{\sim}{A}$ визначаються відповідними залежностями (1) та (2):

$$A_\alpha = \left[a_1(\alpha),\ a_2(\alpha)\right] = \left[\ a_1 + \alpha(a_0 - a_1),\ a_2 - \alpha(a_2 - a_0)\ \right]. \tag{1}$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) = \begin{cases} 0, & \forall(x \le a_1) \cup (x \ge a_2) \\ \dfrac{x - a_1}{a_0 - a_1}, & \forall(a_1 < x \le a_0) \\ \dfrac{a_2 - x}{a_2 - a_0}, & \forall(a_0 < x < a_2) \end{cases}. \tag{2}$$

Оскільки для двох нечітких чисел $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B} \in R$ підмножини A_α та B_α визначають відповідні α – перерізи, де $\alpha \in [0,\ 1]$, то попередньо встановлено, що результатами арифметичних операцій додавання $A_\alpha(+)B_\alpha$ та віднімання $A_\alpha(-)B_\alpha$ завжди будуть нечіткі числа з трикутними формами функцій належності [13, 14], де

$$A_\alpha(+)B_\alpha = \left[a_1(\alpha),\ a_2(\alpha)\right](+)\left[b_1(\alpha),\ b_2(\alpha)\right] = \left[a_1(\alpha) + b_1(\alpha),\ a_2(\alpha) + b_2(\alpha)\right], \tag{3}$$

$$A_\alpha(-)B_\alpha = \left[a_1(\alpha),\ a_2(\alpha)\right](-)\left[b_1(\alpha),\ b_2(\alpha)\right] = \left[a_1(\alpha) - b_2(\alpha),\ a_2(\alpha) - b_1(\alpha)\right]. \tag{4}$$

Аналітичну модель результуючої функції належності для операції множення нечітких трикутних чисел наведено в роботі [15].

В подальшому для арифметичної операції ділення розглянемо методику дослідження обчислювальних процесів над нечіткими трикутними числами $\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B} \in R^{+}$, зокрема для перевірки гіпотези чи буде результат операції ділення $C_{\alpha} = A_{\alpha}(:)B_{\alpha}$ нечітким трикутним числом, де

$$A_{\alpha}(:)B_{\alpha} = \left[a_1(\alpha),\ a_2(\alpha)\right]\ (:)\ \left[b_1(\alpha),\ b_2(\alpha)\right] = \left[\frac{a_1(\alpha)}{b_2(\alpha)},\ \frac{a_2(\alpha)}{b_1(\alpha)}\right]. \qquad ($$

Нехай задано математичні моделі двох нечітких трикутних чисел $\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B} \in R^{+}$, зокрема $\underset{\sim}{A} = (a_1, a_0, a_2)$ з параметрами $a_1 = 4, a_0 = 9, a_2 = 16$ та $\underset{\sim}{B} = (b_1, b_0, b_2)$ з параметрами $b_1 = 1, b_0 = 3, b_2 = 10$, для яких на основі залежності (1) сформуємо підмножини A_{α} та B_{α} відповідних α –перерізів:

$$A_{\alpha} = \left[a_1(\alpha),\ a_2(\alpha)\right] = \left[4 + 5\alpha,\ 16 - 7\alpha\ \right],$$
$$B_{\alpha} = \left[b_1(\alpha),\ b_2(\alpha)\right] = \left[1 + 2\alpha,\ 10 - 7\alpha\ \right],$$

а на основі моделі (2) – математичні моделі відповідних функцій належності $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ та $\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)$:

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) = \begin{cases} 0, \forall (x \le 4) \cup (x \ge 16) \\ \dfrac{x-4}{5}, \forall (4 < x \le 9) \\ \dfrac{16-x}{7}, \forall (9 < x < 16) \end{cases}, \qquad \mu_{\underset{\sim}{B}}(x) = \begin{cases} 0, \forall (x \le 1) \cup (x \ge 10) \\ \dfrac{x-1}{2}, \forall (1 < x \le 3) \\ \dfrac{10-x}{7}, \forall (3 < x < 10) \end{cases}.$$

Дослідження адекватності результатів операції ділення нечітких трикутних чисел

Визначимо нечітку множину $\underset{\sim}{C} = \underset{\sim}{A}(:)\underset{\sim}{B}$, як результат виконання операції ділення (5) наведених в попередньому розділі нечітких трикутних чисел $\underset{\sim}{A} = (4,9,16)$ та $\underset{\sim}{B} = (1,3,10)$:

$$C_\alpha = A_\alpha (:) B_\alpha = \left[a_1(\alpha),\ a_2(\alpha)\right](:)\left[b_1(\alpha),\ b_2(\alpha)\right] =$$
$$= \left[4+5\alpha,\ 16-7\alpha\ \right](:)\left[1+2\alpha,\ 10-7\alpha\ \right] = \tag{6}$$
$$= \left[\frac{4+5\alpha}{10-7\alpha}, \frac{16-7\alpha}{1+2\alpha}\right]$$

Визначимо відповідні α-перерізи для $\alpha = 0$ та $\alpha = 1$:

$$\alpha = 0 \ \Rightarrow\ C_{\alpha=0} = \left[c_1(0),\ c_2(0)\right] = \left[0,4;\ 16\right],$$
$$\alpha = 1 \ \Rightarrow\ C_{\alpha=1} = \left[c_1(1),\ c_2(1)\right] = \left[3;\ 3\right].$$

Розглянемо гіпотезу, згідно з якою результатом операції ділення є нечітке трикутне число $\underset{\sim}{C} = (c_1, c_0, c_2)$ з параметрами $c_1 = 0,4, c_0 = 3, c_2 = 16$ та відповідною функцією належності:

$$\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) = \begin{cases} 0, \forall (x \le 0,4) \cup (x \ge 16) \\ \dfrac{x-0,4}{2,6}, \forall (0,4 < x \le 3) \\ \dfrac{16-x}{13}, \forall (3 < x < 16) \end{cases}. \tag{7}$$

Перевіримо адекватність моделей (6) та (7), сформованих для реалізації операції ділення нечітких трикутних чисел, зокрема перевіримо прийняту гіпотезу для перерізу з $\alpha = 0,5$. При цьому згідно виразу (6) визначимо параметри відповідного α-перерізу:

$$C_\alpha\big|_{\alpha=0,5} = A_\alpha\big|_{\alpha=0,5} (:) B_\alpha\big|_{\alpha=0,5} = \left[c_1\left(\alpha\big|_{\alpha=0,5}\right);\ c_2\left(\alpha\big|_{\alpha=0,5}\right)\right] =$$
$$= \left[\frac{4+5\alpha}{10-7\alpha};\ \frac{16-7\alpha}{1+2\alpha}\right] = \left[\frac{4+5\cdot 0,5}{10-7\cdot 0,5};\ \frac{16-7\cdot 0,5}{1+2\cdot 0,5}\right] = \left[1;\ 6,25\right]$$

Отже для $\alpha = 0,5$ при використанні моделі операції ділення (10) отримаємо значення $c_1(0,5) = 1$ та $c_2(0,5) = 6,25$, які замість параметра x підставимо відповідно в другу і третю складову гіпотезної моделі (7):

а) для лівої гілки результуючої функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$

$$\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) = \mu_{\underset{\sim}{C}}\left(c_1(\alpha)\right) = \mu_{\underset{\sim}{C}}\left(c_1(0,5)\right) = \mu_{\underset{\sim}{C}}(1) = 0,23 \ne \alpha\big|_{\alpha=0,5};$$

б) для правої гілки результуючої функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$

$$\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) = \mu_{\underset{\sim}{C}}(c_2(\alpha)) = \mu_{\underset{\sim}{C}}(c_2(0{,}5)) = \mu_{\underset{\sim}{C}}(6{,}25) = 0{,}75 \neq \alpha\big|_{\alpha=0{,}5}.$$

Додаткові дослідження математичних моделей (6) та (7) при $\alpha = 0{,}25$, $\alpha = 0{,}75$ також не підтверджують прийнятої гіпотези відносно трикутної форми функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$ як результату $\underset{\sim}{C}$ операції ділення нечітких трикутних чисел $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ (рис. 2).

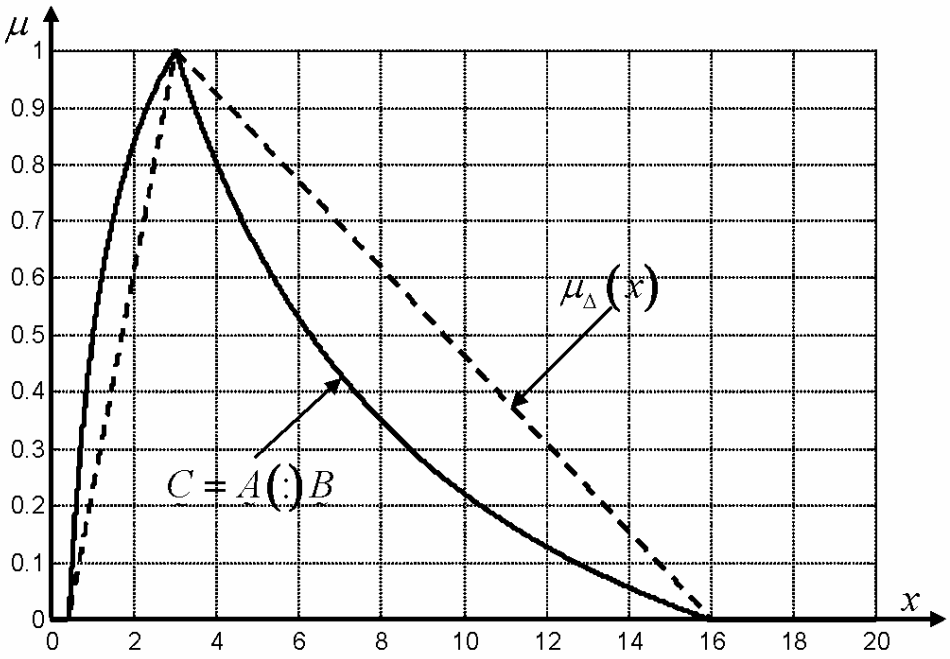

Рис. 2. Перевірка адекватності моделей для операції ділення нечітких трикутних чисел

Аналіз результатів досліджень показує, що ліва гілка функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$ результуючого нечіткого числа $\underset{\sim}{C}$ проходить вище відповідної гілки прогнозованого трикутного числа, а права гілка функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$ результуючого нечіткого числа $\underset{\sim}{C}$ – нижче відповідної гілки прогнозованого трикутного числа.

В порівнянні з результатами аналізу відповідних відхилень $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) - \mu_{\Delta}(x)$ для операції множення нечітких чисел з трикутною формою функцій належності [15] слід відмітити, що при виконанні операції ділення відхилення гілок реальної результуючої функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$ від її гіпотезної трикутної моделі $\mu_{\Delta}(x)$ є ще більш суттєвими.

Функція квадратичного відхилення реального результату від трикутної гіпотези

$$S(x) = \left[\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) - \mu_{\Delta}(x)\right]^2$$

представлена на рис. 3.

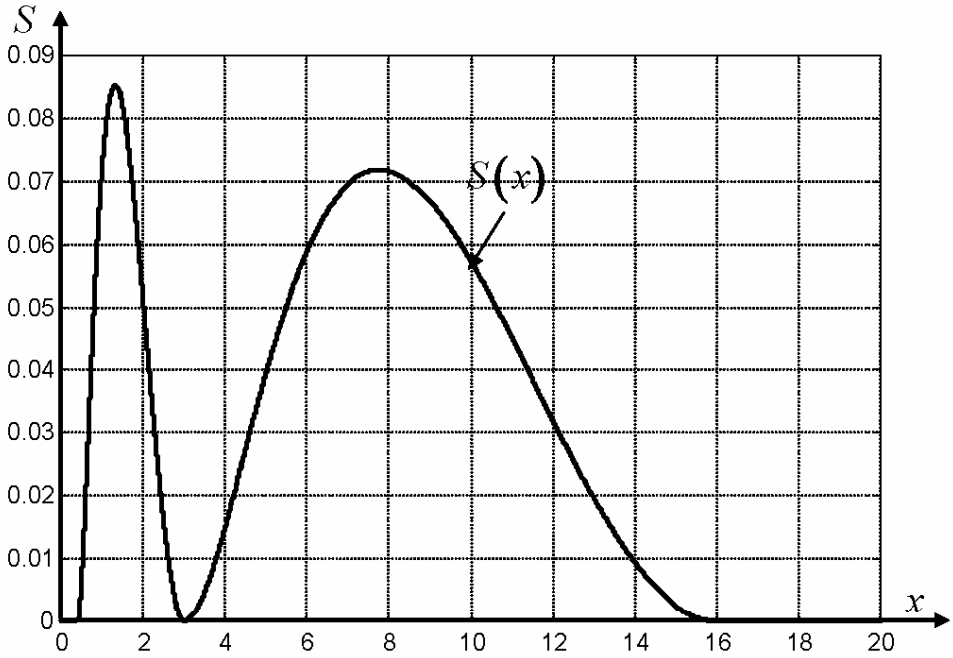

Рис. 3. Функція квадратичного відхилення при діленні нечітких трикутних чисел

Аналітична модель нелінійної результуючої функції належності для операції ділення нечітких чисел з трикутною формою функції належності

Для автоматизації обчислювальних процесів при виконанні операції ділення нечітких трикутних чисел $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$, $\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B} \in R^{+}$ поставлено задачу розробки аналітичної моделі результуючої функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$.

В першу чергу сформуємо узагальнену модель $A_{\alpha} = \left[a_1(\alpha), a_2(\alpha)\right]$ для заданого на множині додатних чисел R^{+} нечіткого трикутного числа $\underset{\sim}{A} = (a_1, a_0, a_2)$ [13,14,17,21].

Проаналізуємо ліву гілку нечіткого трикутного числа $\underset{\sim}{A}$, для α - перерізу якої на основі (2) можна записати

$$\alpha = \frac{a_1(\alpha) - a_1}{a_0 - a_1},$$

звідки можна визначити

$$a_1(\alpha) = a_1 + (a_0 - a_1)\alpha, \tag{8}$$

де $a_1 \geq 0$, $a_0 - a_1 \geq 0$, так як $a_0 \geq a_1$, оскільки $\underset{\sim}{A} \in R^{+}$.

Введемо позначення: $k_1 = a_0 - a_1,$; $k_2 = a_1,$ де $k_1 \geq 0$ $k_2 \geq 0$, з урахуванням яких вираз (8) буде мати наступний вигляд:

$$a_1(\alpha) = k_2 + k_1\alpha. \tag{9}$$

Аналогічним чином проаналізуємо праву гілку нечіткого числа $\underset{\sim}{A}$, для якої

$$\alpha = \frac{a_2(\alpha) - a_2}{a_0 - a_2},$$
$$a_2(\alpha) = a_2 + (a_0 - a_2)\alpha. \tag{10}$$

Позначивши $k_3 = a_0 - a_2$, $k_4 = a_2$, де $k_3 < 0$, бо $a_2 \geq a_0$; $k_4 > 0$, бо $\underset{\sim}{A} \in R_0^+$, трансформуємо вираз (10) до виду:

$$a_1(\alpha) = k_4 + k_3\alpha \tag{11}$$

Разом з тим, оскільки має місце нерівність $a_2 > |a_0 - a_2|$, то $k_4 > |k_3|$, відповідно.

Тоді $\alpha -$переріз для лівої та правої гілки нечіткого трикутного числа $\underset{\sim}{A}$ на основі (9) та (11) можна представити у наступному вигляді (з урахуванням коефіцієнтів $k_i, i = 1..4$):

$$A_\alpha = \left[a_1(\alpha), a_2(\alpha)\right] = \left[k_2 + k_1\alpha, \quad k_4 + k_3\alpha\right], \tag{12}$$

де $k_1 > 0$; $k_2 > 0$; $k_3 < 0$; $k_4 > 0$; $k_4 > |k_3|$.

Для $\underset{\sim}{B} = (b_1, b_0, b_2)$ відповідний $\alpha -$переріз має вигляд $B_\alpha = \left[b_1(\alpha), b_2(\alpha)\right]$.

Позначивши $s_1 = b_0 - b_1$, $s_2 = b_1$, $s_3 = b_0 - b_2$, $s_4 = b_2$, отримаємо модифікований $\alpha -$переріз B_α (з врахуванням коефіцієнтів $s_i, i = 1..4$)

$$B_\alpha = \left[b_1(\alpha),\ b_2(\alpha)\right] = \left[s_2 + s_1\alpha,\ s_4 + s_3\alpha\right], \tag{13}$$

де $s_1 \geq 0$; $s_2 \geq 0$; $s_3 \leq 0$; $s_4 > 0$; $s_4 > |s_3|$.

Для синтезу аналітичної моделі результату операції ділення сформуємо модель $\alpha -$перерізу нечіткої множини $\underset{\sim}{C} = \underset{\sim}{A}(:)\underset{\sim}{B}$:

$$\begin{aligned} C_\alpha = A_\alpha(:)B_\alpha &= \left[a_1(\alpha), a_2(\alpha)\right](:)\left[b_1(\alpha), b_2(\alpha)\right] = \\ &= \left[k_2 + k_1\alpha, \quad k_4 + k_3\alpha\right](:)\left[s_2 + s_1\alpha,\ s_4 + s_3\alpha\right] = \\ &= \left[\frac{k_1\alpha + k_2}{s_3\alpha + s_4},\ \frac{k_3\alpha + k_4}{s_1\alpha + s_2}\right] = \left[c_1(\alpha),\ c_2(\alpha)\right]. \end{aligned} \tag{14}$$

Розглянемо більш детально складову $c_1(\alpha)$ виразу (14): $c_1(\alpha)=\dfrac{k_1\alpha+k_2}{s_3\alpha+s_4}$.

В свою чергу $c_1(\alpha)=x$ для $\forall x\in[c_1;\ c_0]$, а значить

$$x=\frac{k_1\alpha+k_2}{s_3\alpha+s_4}. \tag{15}$$

Оскільки $c_1=c_1(0)=\dfrac{k_2}{s_4}$, а $c_0=c_1(1)=\dfrac{k_1+k_2}{s_3+s_4}$, то $x\in\left[\dfrac{k_2}{s_4};\ \dfrac{k_1+k_2}{s_3+s_4}\right]$.

Здійснемо необхідні перетворення з рівнянням (15)

$$k_1\alpha+k_2=s_3\alpha x+s_4x,\qquad \alpha(k_1-s_3x)=s_4x-k_2,$$

для визначення параметра

$$\alpha=\frac{-k_2+s_4x}{k_1-s_3x}, \tag{16}$$

де $x\in\left[\dfrac{k_2}{s_4};\ \dfrac{k_1+k_2}{s_3+s_4}\right]$.

В подальшому більш детально розглянемо складову $c_2(\alpha)$ виразу (14): $c_2(\alpha)=\dfrac{k_3\alpha+k_4}{s_1\alpha+s_2}$.

В свою чергу $c_2(\alpha)=x$ для $\forall x\in[c_0;\ c_2]$, а значить

$$x=\frac{k_3\alpha+k_4}{s_1\alpha+s_2}. \tag{17}$$

Оскільки $c_0=c_2(1)=\dfrac{k_3+k_4}{s_1+s_2}$, а $c_2=c_2(0)=\dfrac{k_4}{s_2}$, то $x\in\left[\dfrac{k_3+k_4}{s_1+s_2};\ \dfrac{k_4}{s_2}\right]$.

Здійснемо необхідні перетворення з рівнянням (17)

$$k_3\alpha+k_4=s_1\alpha x+s_2x,\quad \alpha(k_3-s_1x)=s_2x-k_4,$$

звідки маємо

$$\alpha=\frac{-k_4+s_2x}{k_3-s_1x} \tag{18}$$

де $x\in\left[\dfrac{k_3+k_4}{s_1+s_2};\ \dfrac{k_4}{s_2}\right]$.

Зробивши аналіз та узагальнення отриманих результатів сформуємо на основі (9), (11)-(14), (16) та (18) аналітичні залежності для однозначної нелінійної результуючої функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$ нечіткої множини $\underset{\sim}{C} = \underset{\sim}{A}(:)\underset{\sim}{B}$, що утворюється в результаті ділення нечітких трикутних чисел, зокрема ділення $\underset{\sim}{A}$ на $\underset{\sim}{B}$ в R^+:

$$\forall x \in R^+ : \quad \underset{\sim}{A}(:)\underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{C} \;\Rightarrow\; \mu_{\underset{\sim}{A}(:)\underset{\sim}{B}}(x) = \mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$$

Отже, остаточним результатом математичної формалізації функції належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$ буде нижче наведена модель для чотирьох інтервалів існування змінної x, $\forall x \in R^+$:

– $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) = 0,\ \forall x \le \dfrac{k_2}{s_4}$; (19)

– $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) = \dfrac{s_4 x - k_2}{k_1 - s_3 x},\ \forall x \in \left[\dfrac{k_2}{s_4};\ \dfrac{k_1 + k_2}{s_3 + s_4}\right]$; (20)

– $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) = \dfrac{s_2 x - k_4}{k_3 - s_1 x},\ \forall x \in \left[\dfrac{k_3 + k_4}{s_1 + s_2};\ \dfrac{k_4}{s_2}\right]$; (21)

– $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) = 0,\ \forall x \ge \dfrac{k_4}{s_2}$. (22)

При $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x) = 1$ має місце співвідношення $c_1(1) = c_2(1)$ та, відповідно, співвідношення

$$\frac{k_1 + k_2}{s_3 + s_4} = \frac{k_3 + k_4}{s_1 + s_2}.$$

Висновок

Детальне дослідження арифметичних операцій над нечіткими числами трикутної форми показує, що результатом обчислення операцій додавання (3) та віднімання (4) є нечіткі числа з трикутною формою функцій належності, а результатом обчислення операцій множення та ділення – нечіткі числа з більш складною, в загальному випадку нелінійною формою функцій належності. Оцінку ступеня відхилення (розбіжності) між реальними результатами обчислення операцій множення і ділення та їх гіпотезним представленням трикутними числами доцільно здійснювати на основі визначення квадратичної похибки $S(x)$. Сформована узагальнена аналітична модель (19)-(22) дає можливість безпосередньо формувати однозначну нелінійну результуючу функцію належності $\mu_{\underset{\sim}{C}}(x)$ на основі відомих коефіцієнтів $k_i, s_i\ (i = 1 \ldots 4)$ нечітких трикутних чисел $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ в R^+, для яких реалізується арифметична операція ділення. При цьому має місце суттєвий виграш у точності обчислень, часі моделювання та програмній реалізації сформованої моделі в порів-

нянні з дискретними кроковими моделями операції ділення на основі алгоритмів сортування та максимінної згортки [6,11,19,21]. При подальших дослідженнях доцільно здійснити порівняльний аналіз та оцінити складність апаратної реалізації обчислювальних пристроїв для здійснення арифметичних операцій з нечіткими трикутними числами на основі програмованих логічних інтегральних схем [16, 22, 23].

Література

1. Арсеньев Ю.Н., Шелобаев С.И., Давыдова Т.Ю. Принятие решений. Интегрированные интеллектуальные системы. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 270 с.
2. Архангельский В.И., Богаенко И.Н., Грабовский Г.Г., Рюмшин Н.А. Системы фуцци-управления. К.: Техніка, 1997. – 208 с.
3. Балан С.А., Становская Т.П., Становский А.Л. Проектирование и управление в машиноведении. – Одесса: Астропринт, 2002. – 376 с.
4. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях. В кн.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений. Сб. пер. М.: Мир, 1976. – сс. 172-215.
5. Бочарников В.П. Fuzzy Technology: модальности и принятие решений в маркетинговых коммуникациях. – К.: Ника-Центр, Эльга, 2002. – 224 с.
6. Герасимов Б.М., Грабовский Г.Г., Рюмшин Н.А. Нечеткие множества в задачах проектирования, управления и обработки информации. – К.: Техніка, 2002. – 140 с.
7. Глибовець М.М., Олецький О.В. Штучний інтелект. – К.: Видавничий дім "КМ Академія", 2002. – 366 с.
8. Гостев В.И. Синтез нечетких регуляторов систем автоматического управления. – К.: Радіоаматор, 2001. – 240 с.
9. Джексон Питер. Введение в экспертные системы. Пер. с англ. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2001. – 624 с.
10. Зайченко Ю.П. Основи проектування інтелектуальних систем. – К.: Видавничий дім "Слово", 2004. – 352 с.
11. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 288 с.
12. Коваленко И.И., Гожий А.П. Методы и средства поддержки принятия решений. – Николаев, 2005. – 104 с.
13. Кондратенко В.Ю. Дослідження особливостей нечіткої арифметики для нечітких множин з функціями належності трикутної форми. В кн.: Науково-методологічні аспекти розвитку творчого потенціалу науковців. Матеріали обласної науково-практичної школи-семінару. – Миколаїв, 2003. – С.48-54.
14. Кондратенко В.Ю. Нечіткі аналітичні моделі для підвищення швидкодії процесів обробки нечіткої інформації. В кн.: Інформаційно-керуючі системи і комплекси. Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції аспірантів, молодих науковців і студентів ІКСК-2005. – Миколаїв, 2005. – С.145-155.
15. Кондратенко В.Ю. Синтез аналітичних моделей для обчислювальних процесів з нечіткими числами: операція множення // Технічні вісті. – Львів, НУ "Львівська політехніка", 2005. – № 1(20), 2(21). – с. 85-90.
16. Кондратенко Ю.П., Мохор В.В., Сидоренко С.А. Verilog-HDL для моделирования и синтеза цифровых электронных схем. – Николаев, МГГУ им. П. Могилы, 2002. – 208 с.
17. Кофман А., Хил Алуха Х. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями. Пер с исп. – Минск: Вышэйшая школа, 1992. – 224 с.
18. Кутковецький В.Я. Дослідження операцій. – Миколаїв: МДГУ ім. П.Могили, 2003. – 260 с.
19. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука. Гл. ред. физ. мат. лит., 1986. – 312 с.
20. Петров Е.Г., Новожилова М.В., Гребеннік І.В. Методи і засоби прийняття рішень у соціально-економічних системах. – К.: Техніка, 2004. – 256 с.
21. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: Нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети. – Винница: "Універсум-Вінниця", 1999. – 320 с.
22. Семенец В.В., Хаханова И.В., Хаханов В.И. Проектирование цифровых систем с использованием языка VHDL. – Харьков: ХНУРЭ, 2003. – 492 с.
23. Ashenden P.J. The designer's guide to VHDL. – San Francisco: Morgan Kauffman Publishers, 1996. – 688 p.
24. Kaufmann A., Gupta. M.M. Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1985. – 351 p.
25. Lewis F.L., Campos J., Selmic R. Neuro-Fuzzy Control of Industrial Systems with Actuator Nonlinearities (Frontiers in Applied Mathematics). – Philadelphia, PA: SIAM, 2002. – 244 p.