УДК 681.354

Абрамов Г.С., Марценюк К.М.,
Херсонський державний технічний університет

Моделі нечіткого вибору альтернатив релаксаційного типу

У статті розглянуто питання використання релаксаційного алгоритму субоптимального або оптимального типу для прийняття рішень в ситуаціях, де бракує часу на використання більш складних методів. Представлена модель нечіткого вибору альтернатив може бути використана при створенні систем підтримки прийняття рішень для надзвичайних ситуацій. Ефективність вибору альтернатив збільшено за рахунок використання релаксаційного підходу.

The question of use the suboptimal or optimal relaxation algorithm for decision-making in situations where there is no time for use of more complex methods is considered in this article. The submitted model of an indistinct choice of alternatives can be used at creation of decision support systems for extreme situations. Efficiency of a choice of alternatives is increased due to use the relaxation approach.

Коли проблемна ситуація нестійка і складна, її супроводжує нечіткість у виході і виграші кожної альтернативи, а також у бажаному рівні досягнення цілі або рівні задоволення людини. Формулювання класичної і поведінкової моделей прийняття нечітких альтернатив рішень утворюються “розмиванням” відповідних класичних моделей, а також визначенням відношень нерівності між нечіткими дійсними числами і включення між нечіткими підмножинами.

Розмивання виходу і виграшу кожної альтернативи і бажаного рівня досягнення цілі виявило ваду сучасних теорій прийняття рішень стосовно поняття розрізнення, і, що особливо важливо, саме цим аспектом не можна зневажати в задачі прийняття рішень.

У класичній моделі прийняття рішень альтернативи ранжуються за допомогою відношень нерівності, а поведінкова модель будується на основі відношення включення. В цьому плані при формулюванні класичної моделі прийняття нечіткого рішення варто звернутися до задачі визначення відношення відповідної нерівності між нечіткими дійсними числами. Аналогічно для поведінкової моделі задача полягає в розробці підхожого формулювання відношення включення між нечіткими підмножинами.

Ці задачі вирішуються на основі поняття ступеня поділу нечітких множин.

Переважна частина моделей вибору альтернатив рішень носить нормативний характер і являє собою формалізацію етапу вибору, коли множина альтернатив, критерії цілей і обмеження, відношення переваги й ін. вважаються заданими. Моделі вибору альтернатив у нечітких умовах розіб’ємо на достатньо незалежні групи: по числу етапів або ступеню динаміки (одноетапні або багатоетапні), по числу осіб, що приймають рішення (індивідуальні або колективні), по числу використовуваних критеріїв (однокритерійні і багатокритерійні).

Різноманітні форми опису вихідної інформації обумовлюють існування різноманітних моделей нечіткого математичного програмування [1]:

- моделі досягнення нечітко поставленої цілі за нечітких обмежень; нечітке вирішення задачі визначається в результаті злиття нечітких цілей і обмежень;

- моделі при нечіткій множині припустимих альтернатив: нечітка ціль розглядається як узагальнена форма заданого критерію якості, причому її функція приналежності вводиться на основі нормалізації цього (обмеженого) критерію якості зі зберіганням лінійного порядку; нечіткий варіант стандартної моделі математичного програмування зі “зм’якшенням” цільової функції та/або обмежень, де замість задачі оптимізації вирішується задача задоволення цілі і відповідні нерівності для цільової функції й обмежень можуть порушуватися;

- модель програмування з нечіткими коефіцієнтами, коли коефіцієнти моделюються за допомогою нечітких чисел.

Моделі нечіткої очікуваної корисності використовуються для аналізу рішень, коли невизначеність обумовлена відсутністю об'єктивної фізичної шкали для оцінки переваги альтернатив. У цих випадках використовується суб'єктивна шкала корисності особи, що приймає рішення.

Особливий інтерес викликають спроби застосування до задач прийняття рішень теорії можливостей [2]. Нечітка оцінка можливості, що розуміється як суб'єктивний відбиток внутрішніх обмежень об'єкта, потребує меншого рівня апріорної інформованості, ніж розподіл імовірності, й більш перспективна при аналізі неформалізованих задач.

Моделі нечіткого багатокритерійного вибору альтернатив припускають відомими множину порівнюваних альтернатив і множину критеріїв (аспектів) порівняння. Функції приналежності характеризують нечіткі оцінки альтернатив за заданими критеріями, а також відносну важливість критеріїв.

Динамічні моделі відбивають багатокроковий процес прийняття рішення. Для нечіткої динамічної моделі можна зазначити такі випадки:

1) чітка перехідна функція зв'язує нечіткі стани системи;

2) ступінь або вага переходу з одного чіткого стану в інший описується нечітким перехідним відображенням;

3) нечіткими є як стани управління, так і відображення переходів.

При вирішенні багатокрокових задач із нечіткими цілями й обмеженнями застосовуються методи динамічного програмування та гілок і меж.

У лінгвістичних моделях прийняття рішення формалізація якісної інформації здійснюється за рахунок введення лінгвістичних відношень переваги, лінгвістичних критеріїв, лінгвістичних ваг, лінгвістичних корисностей, лінгвістичних лотерей, лінгвістичних кванторів і т.д. [3; 4]. Наявна в ОПР інформація подається за допомогою лінгвістичних змінних.

Але в багатьох галузях використання лінгвістичні змінні або критерії потрібно задавати на основі функцій приналежності нечітких множин, а здійснити це можливо за допомогою експертних опитувань та оцінок. Якщо в процесі роботи зміниться відношення ОПР до тих чи інших критеріїв, потрібно знов залучати до побудови лінгвістичних моделей експертів, а це можливо не завжди. В більшості випадків, навпаки, залучення експертів неможливо за браком часу або недоцільне. Наприклад, в багатьох задачах прийняття рішень щодо надзвичайних ситуацій часові обмеження потребують приймати рішення негайно, не використовуючи також складних моделей вибору альтернатив, а інформація є недостатньою та недостовірною.

Таким чином, задача розробки ефективних моделей нечіткого вибору альтернатив є достатньо актуальною. В роботі здійснено спробу розробити модель нечіткого вибору альтернатив для вирішення задач, що відносяться до класу задач календарного планування і традиційно часто використовуються при надзвичайних ситуаціях.

На основі викладеного пропонується модель рюкзачно-релаксаційного типу для задач прийняття рішень такого виду.

Є набір елементів $V=\{1,...,i,...,n\}$, кожен із яких характеризується множиною необхідних для виконання ресурсів. На множині векторних оцінок елементів по критеріях якості, на основі переваг ОПР може бути побудоване бінарне відношення переваги/байдужості, що у загальному випадку є частковим квазіпорядком. Цей квазіпорядок може бути поданий у виді гіперграфа $G=(V, U)$, де U – множина дуг, спрямованих від більш кращих до менш кращих елементів.

Нехай ефект від виконання кожного елемента $i \in V$ характеризується деяким ненегативним числом c_i; a_i – величина ресурсу, необхідного для виконання елемента i, b – обмеження на ресурс; x_i – нечітка булева змінна, дорівнює 1, якщо елемент i включається в число відібраних, 0

$$\sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

– у противному випадку і має функції розподілу можливостей на значення в діапазоні [0,1].

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \le b,$$

Розглянемо в таких умовах задачу про формування календарного плану, постановка якої має вид:

максимізувати

при умовах $x_i \geq x_j$, якщо $i > j$ $\forall i, j \in V$.

Рішення задачі істотно залежить від виду гіперграфа G. При відсутності зв'язку між елементами по перевазі (усі непорівнянні) задача вільна від обмежень (G абсолютно незв'язний) і є звичайною задачею про рюкзак.

Якщо гіперграф переваг містить контури або, більш того, є сильно зв'язним, задача може і не мати жодного припустимого рішення. У цьому випадку вихідна структура G повинна бути перетворена до однієї з відомих структур, для яких відповідна задача має рішення.

Для лінійного порядку C задача вирішується очевидним алгоритмом із трудомісткістю $O(\log n)$ операцій.

Для деяких окремих випадків розшарованих структур (із додатковими вимогами еквівалентності або непорівнянності елементів у прошарках) задача зводиться зі зменшенням розмірності до випадку незв'язного гіперграфа [5].

Для структур типу T і NT використовується е-наближений алгоритм із трудомісткістю $O(n^2/\varepsilon)$.

У випадку структур типу R є доцільним попереднє перетворення до T і S. Загальний випадок S по суті аналогічний G, але з меншою розмірністю, тобто S є очевидною проміжною моделлю. S' являє собою деякий «гібрид» лінійного порядку S і розшарованої структури S. Хід рішення в цьому випадку виглядає так:

1) відбираються, поки допускають ресурсні обмеження, замовлення верхніх одноелементних прошарків;

2) якщо наявний ресурс не вичерпаний, то задача ставиться для залишку ресурсу і розшарованої підструктури, що залишилася.

Важливий окремий випадок аналізованої задачі виникає при $c_i=1$, $i=\overline{1,n}$. До подібної задачі вихідна може бути зведена додаванням до вихідної множини критеріїв якості критерію ефективності елементів. Спрощення виду цільової функції, що максимізується (замість сумарного ефекту максимізується число відібраних елементів), призводить до того, що така задача виявляється більш простою і в перерахованих вище випадках застосування базового е-наближеного алгоритму може бути замінена використанням очевидних точних методів.

Узагальненням даної задачі є допущення ресурсів трьох видів. У практичних ситуаціях виникають саме такі постановки. При двох видах ресурсів для задачі про максимізацію числа елементів, що відбираються, на незв'язному гіперграфі переваг відомий субоптимальний релаксаційний алгоритм, що може бути застосований і для деяких окремих випадків розшарованих структур. У деяких випадках доцільно розглядати необхідні ресурси як додаткові показники якості, тобто включати інформацію про ресурси в графові обмеження.

Модель зазначеного типу є достатньо складною, і підхід до рішення може грунтуватися на деякому незначному порушенні обмежень. Можна розглядати і деякі порушення обмежень другої умови в даній постановці. У якості погрішності (оцінки ступеня порушення обмеження) можна використовувати число пар об'єктів (число дуг, число виважених дуг), що порушують графову умову.

Подібна погрішність природним способом виникає в ситуаціях, коли деякі об'єкти не можуть бути завантажені в рюкзак через ресурсні обмеження, а інші, що домінуються, можуть бути поміщені в рюкзак. Такий крок нескладно реалізується алгоритмами.

Для реалізації запропонованої моделі використовується релаксаційний алгоритм.

При використанні цього алгоритму один або більше число раз розглядаються окремо всі X_i, причому вносяться коригування до вектора коефіцієнтів C.

На початку C=(0,0,…,0). На кожному кроці s розглядається деякий X_i. Якщо для поточного C не з'являється помилка, тобто $C*X_i>0$, то в C не вносяться коригування. Якщо ж є помилка, тобто $C*X_i \leq 0$, C коригується. Коригування полягає в додаванні до поточного вектора C прирощення $\Delta C=K*X_i$, де $K>0$. K вибирається зворотно пропорційним n (n-мірний простір).

Множина векторів X_i є лінійно розділимою тоді і тільки тоді, коли існує вектор C з нульовою погрішністю.

Якщо множина векторів X_i лінійно розділима, існує таке ціле s, що за допомогою релаксаційного алгоритму в s кроків визначається вектор коефіцієнтів з нульовою погрішністю.

Наведена умова є справедливою також для випадку, коли X_i не нормалізовано і не приведено до одиниці. Отриманий вектор C залежить від величин векторів X_i. Проте які б не були різні величини векторів X_i, завжди буде отримуватися вектор коефіцієнтів з нульовою погрішністю.

Релаксаційний алгоритм застосовується також, коли множина векторів X_i не є лінійно розділимою. Проте в цьому випадку всі X_i повинні бути нормалізовані і нормовані до одиниці. Отриманий вектор коефіцієнтів не обов'язково буде оптимальним.

Обгрунтуємо правдоподібність алгоритму: оскільки алгоритм приводить до вектора коефіцієнтів з нульовою погрішністю для лінійно розділимої множини векторів X_i, він приведе до хорошого вектора коефіцієнтів і тоді, коли множина векторів X_i не є лінійно розділимою.

Якщо множина векторів X_i не є лінійно розділимою, то застосовується субоптимальний релаксаційний алгоритм. Для нього є обов'язковим, щоб кожен X_i був нормалізований і нормований до одиниці.

Вектор коефіцієнтів, отриманий за допомогою релаксаційного алгоритму, може дуже сильно змінюватися при спробі

Література

1. Ежкова И.В., Поспелов Д.А. Принятие решений при нечетких основаниях // Техническая кибернетика. – 1977. – № 6. – С. 3-11; 1978. – № 2. – С. 5-11.
2. Нечеткие множества и теория возможностей: Последние достижения / Под ред. Р.Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986.
3. Блишун А.Ф. Формирование отношения предпочтения по расплывчатым описаниям // Техническая кибернетика. – 1981. – № 2. – С. 204-210.
4. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатике. – М.: Радио и связь, 1990.
5. Дюбуа Д., Прад А. Общий подход к определению индексов сравнения в теории нечетких множеств // Нечеткие множества и теория возможностей: Последние достижения / Под ред. Р.Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – С. 9-21.

Стаття надійшла до редколегії 15.11.2003 р.