МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Миколаївський державний гуманітарний університет ім. П.Могили
комплексу “Києво-Могилянська академія”

Цикл практичних робіт із дисципліни
“Теорія нечітких множин. Нечітка логіка”

Укладачі: д.т.н., професор Ю.П. Кондратенко
магістрант К.В. Мухортова

Миколаїв – 2005

Цикл практичних робіт із дисципліни “Теорія нечітких множин. Нечітка логіка”. – Миколаїв: МДГУ ім. П. Могили, 2005. – 39с.

Укладачі: д.т.н., професор Ю.П. Кондратенко
магістрант К.В. Мухортова

Збірник практичних робіт містить завдання для самостійного виконання студентами при вивченні дисципліни “Теорія нечітких множин. Нечітка логіка”. Поряд із теоретичними відомостями наводяться приклади виконання завдань.

Збірник призначений для студентів спеціальності “Інтелектуальні системи прийняття рішень”.

ЗМІСТ

Практичні роботи №№1-2

ОПЕРАЦІЇ НАД ІНТЕРВАЛАМИ ДОВІРИ

Мета: Створення програмної реалізації операцій над інтервалами довіри

Теоретичні відомості

Якщо x належить до множини дійсних чисел ($x \in R$), то **інтервалом довіри** називається такий інтервал a_1a_2, в якому x має обов'язково знаходитись

$$a_1 \leq x \leq a_2 \tag{1}$$

Інтервал позначається великою латинською літерою $A = [a_1, \quad a_2]$. Квадратні дужки означають, що інтервал є закритим (тобто x може приймати і граничні значення інтервалу). Над інтервалами довіри можна виконувати наступні операції $\forall A = [a_1, \quad a_2]$, $\forall B = [b_1, \quad b_2]$:

1. Додавання інтервалів довіри

$$A(+)B = [a_1 + b_1, \quad a_2 + b_2] \tag{2}$$

2. Віднімання інтервалів довіри

$$A(-)B = [a_1 - b_2, \quad a_2 - b_1] \tag{3}$$

3. Представлення чіткого числа у вигляді інтервалу довіри

Нехай L – чітке число, у вигляді інтервалу довіри число L можна представити так:

$$L = [l, \quad l] \tag{4}$$

4. Відображення інтервалу довіри

$$A^- = [-a_2, \quad -a_1] \tag{5}$$

5. Множення інтервалів довіри

$$A(\cdot)B = [\min(a_1 \cdot b_1, \quad a_1 \cdot b_2, \quad a_2 \cdot b_1, \quad a_2 \cdot b_2), \quad \max(a_1 \cdot b_1, \quad a_1 \cdot b_2, \quad a_2 \cdot b_1, \quad a_2 \cdot b_2)] \tag{6}$$

Якщо перемножуються декілька інтервалів довіри, то нижня границя дорівнюватиме найменшому значенню, а верхня границя – найбільшому значенню з усіх можливих комбінацій добутків границь інтервалів довіри.

6. Ділення інтервалів довіри

$$A(:)B = \left[\frac{a_1}{b_2}, \quad \frac{a_2}{b_1} \right] \tag{7}$$

При створенні програмної реалізації необхідно також перевірити гіпотезу для ділення

$$A(:)B = \left[\min\left(\frac{a_1}{b_1}, \quad \frac{a_1}{b_2}, \quad \frac{a_2}{b_1}, \quad \frac{a_2}{b_2} \right), \quad \max\left(\frac{a_1}{b_1}, \quad \frac{a_1}{b_2}, \quad \frac{a_2}{b_1}, \quad \frac{a_2}{b_2} \right) \right] \tag{7'}$$

7. Інверсія інтервалу довіри

$$A^{-1} = \left[\frac{1}{a_2}, \quad \frac{1}{a_1} \right] \tag{8}$$

8. Множення (ділення) інтервалу довіри на невід'ємне число

Об'єднуючи формули (4) та (6), та враховуючи, що операцію ділення на чітке число k завжди можна замінити операцією множення на число $\frac{1}{k}$, отримуємо

$$A(\cdot)k = [k \cdot a_1, \quad k \cdot a_2] \tag{9}$$

9. Знаходження максимуму двох інтервалів

$$A(\vee)B = [a_1 \vee b_1, \quad a_2 \vee b_2] \tag{10}$$

10. Знаходження мінімуму двох інтервалів

$$A(\wedge)B = [a_1 \wedge b_1, \quad a_2 \wedge b_2] \tag{11}$$

Завдання

1. Написати програму для виконання операцій над інтервалами довіри A, B, C (границі інтервалів довіри задані в таблиці 1):
   для практичної роботи №1: операції (2) - (5);
   для практичної роботи №2: операції (6) - (11), а також гіпотеза ($7'$).

   Мова програмування на вибір студента.

Таблиця 1. Завдання по варіантах для практичних робіт №№ 1-2

Варіант	Інтервали довіри			Чітке число
	A	*B*	*C*	*k*
1	[1, 3]	[-2, 6]	[7, 10]	5
2	[-2, 5]	[3, 4]	[-5, 1]	7
3	[0, 4]	[-3, 6]	[1, 7]	-4
4	[-5, 9]	[-1, 6]	[7, 8]	2
5	[3, 10]	[-8, 2]	[2, 6]	-5
6	[-4, 1]	[1, 4]	[7, 9]	-3
7	[1, 7]	[2, 4]	[-6, -1]	3
8	[-8, 2]	[-1, 1]	[4, 10]	-6
9	[0, 3]	[-2, 2]	[-5, 7]	-1
10	[-5, 5]	[-4, -2]	[3, 4]	8

2. Перевірити роботу програми на прикладах:

для практичної роботи №1:

1) A (+) B (-) C;
2) A (+) B^{-} (-) C;
3) C^{-} (+) k;
4) k (-) B.

для практичної роботи №2:

1) $A(\cdot)C$;
2) B (:) A;
3) $A(\wedge)B^{-1}$;
4) $C(\vee)A$.

Приклад виконання роботи

При завантаженні програми вікно має вигляд як показано на рис. 1.

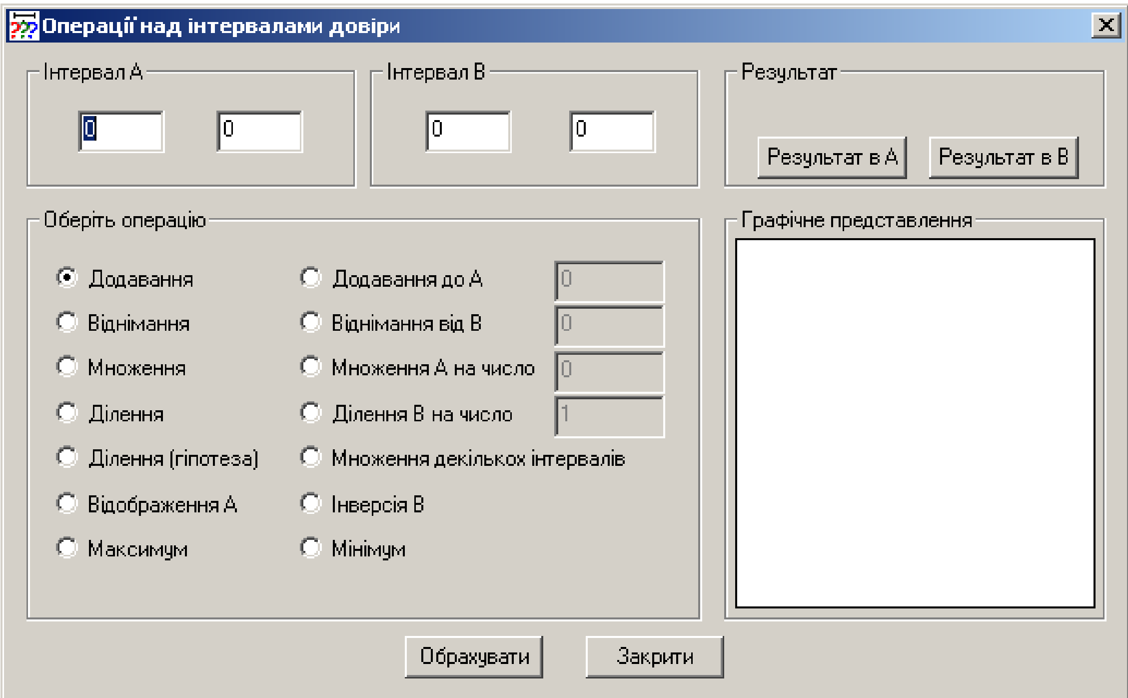


Рис. 1 Інтерфейс програми для виконання операцій над інтервалами довіри

Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть границі інтервалів у поля **“Інтервал А”**, **“Інтервал В”.**
2. Оберіть необхідну операцію зі списку операцій. Для деяких операцій необхідно буде ввести додаткові дані (наприклад, при додаванні до А, необхідно ввести чітке число, яке додаватиметься до інтервалу А).
3. Натисніть кнопку **“Обрахувати**”. Якщо ви обрали операцію **“Множення декількох інтервалів”,** то з’являться додаткові вікна, в яких необхідно буде ввести кількість інтервалів, що перемножуються і значення границь для кожного інтервалу (рис. 2)

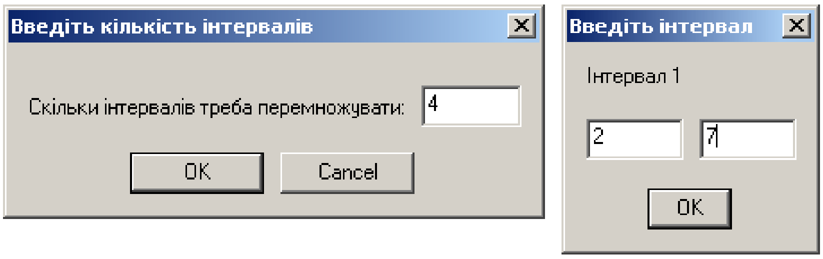


Рис. 2 Вікна для вводу інформації при множенні декількох інтервалів

4. Результат розрахунків буде показано в полі **“Результат”**, також, якщо не було обрано операцію множення декількох інтервалів, буде показано графічне представлення результату (в даному випадку графічне представлення показується не в масштабі, а лише відносне розташування границь одна відносно іншої) (рис. 3).

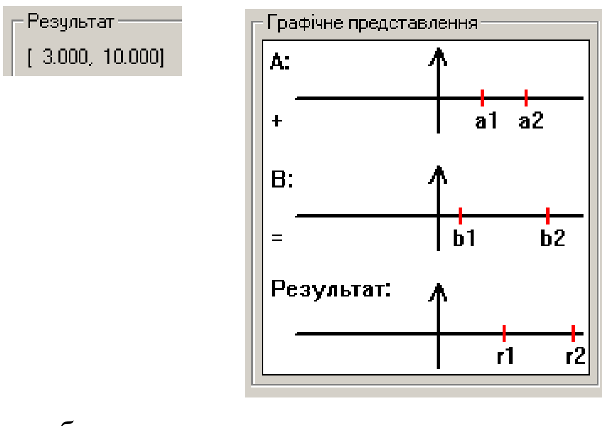


Рис. 3 Результат роботи програми:

$A=[a_1,\ \ a_2]$, $B=[b_1,\ \ b_2]$ - інтервали довіри – операнди;

$R=[r_1,\ \ r_2]$ - результат операції

5. Якщо над інтервалами необхідно виконувати послідовність із декількох операцій, то можна скористатися кнопками **“Результат в А”** і **“Результат в В”**, завдяки яким результат виконання попередньої операції можна зробити першим або другим операндом для наступної операції.

Практична робота №3

ДОДАВАННЯ НЕЧІТКИХ ЧИСЕЛ ТРИКУТНОЇ ФОРМИ

Мета: Створення програмної реалізації додавання нечітких чисел трикутної форми

Теоретичні відомості

Нечіткою множиною $\underset{\sim}{A}$, що задана на універсальній множині *E*, називають сукупність пар чисел $(x, \quad \mu_{\underset{\sim}{A}}(x))$, де $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \in [0, \quad 1]$, а $x \in E$, і при цьому функцію $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ називають функцією належності, що відповідає ступеню належності (істинності) елемента *x* до множини $\underset{\sim}{A}$.

Універсальна множина E – множина всіх дійсних чисел $\mu_E(x) = 1$.

Множину $\underset{\sim}{A}$ називають **опуклою**, якщо кожна підмножина A_α для α-перерізу відповідає умові:

$$A_\alpha = \{x \mid \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \geq \alpha\}, \tag{12}$$

де α - ступінь належності до нечіткої множини $\underset{\sim}{A}$.

Для опуклої нечіткої множини має виконуватись таке співвідношення:

$$\forall \lambda \in [0, \quad 1] \quad \mu_{\underset{\sim}{A}}(\lambda \cdot x_1 + (1-\lambda) \cdot x_2) \geq \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1) \wedge \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2); \quad x_1, x_2 \in R; \quad x_1, x_2 \in A_\alpha \tag{13}$$

Множину $\underset{\sim}{A}$ називають **нормальною**, якщо виконується умова: максимальне значення серед функцій належності для всіх значень *x* дорівнює 1.

Нечітким числом називають нечітку множину $\underset{\sim}{A}$, якщо її функція належності є опуклою і нормальною.

Нечітке трикутне число - нечітке число, яке має трикутну форму функції належності.

Нечітке число трикутної форми записують так:

$$\underset{\sim}{A} = (\underline{a}, \quad \hat{a}, \quad \overline{a}), \tag{14}$$

де $\underline{a}$ та $\overline{a}$ - відповідно нижня і верхня границі інтервалу, на якому задана нечітка множина (тобото $\mu_{\underset{\sim}{A}}(\underline{a}) = 0, \ \mu_{\underset{\sim}{A}}(\overline{a}) = 0$);

$\hat{a}$ - елемент множини $\underset{\sim}{A}$, для якого функція належності $\mu_{\underset{\sim}{A}}(\hat{a}) = 1$.

Додавання нечітких чисел

Всі алгоритми операцій над нечіткими числами базуються на операціях над інтервалами довіри, які являють собою перерізи для всіх значень $\alpha \in [0, \quad 1]$.

$$A_\alpha (+) B_\alpha = [a_1(\alpha) + b_1(\alpha), \quad a_2(\alpha) + b_2(\alpha)], \qquad (15)$$

де $A_\alpha = [a_1(\alpha), \quad a_2(\alpha)]$, $B_\alpha = [b_1(\alpha), \quad b_2(\alpha)]$.

Математичний вираз функції належності для трикутного числа має вигляд:

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } x \le \underline{a} \text{ т } \quad x \ge \overline{a} \\ \dfrac{x - \underline{a}}{\hat{a} - \underline{a}}, \text{ при } \underline{a} \le x \le \hat{a} \\ \dfrac{\overline{a} - x}{\overline{a} - \hat{a}}, \text{ при } \hat{a} \le x \le \overline{a} \end{cases} \qquad (16)$$

З цієї форми можна перейти до запису у вигляді α:

- для лівої гілки:

$$\alpha = \frac{a_1(\alpha) - \underline{a}}{\hat{a} - \underline{a}} \Rightarrow a_1(\alpha) = \alpha \cdot (\hat{a} - \underline{a}) + \underline{a}; \qquad (17)$$

- для правої гілки:

$$\alpha = \frac{\overline{a} - a_2(\alpha)}{\overline{a} - \hat{a}} \Rightarrow a_2(\alpha) = \overline{a} - \alpha \cdot (\overline{a} - \hat{a}). \qquad (18)$$

Таким чином, з (15), (17) та (18) отримуємо:

$$A_\alpha (+) B_\alpha = [(\alpha \cdot (\hat{a} - \underline{a}) + \underline{a}) + (\alpha \cdot (\hat{b} - \underline{b}) + \underline{b}), \quad (\overline{a} - \alpha \cdot (\overline{a} - \hat{a})) + (\overline{b} - \alpha \cdot (\overline{b} - \hat{b}))] \quad (19)$$

Звідси маємо:

$$A_\alpha (+) B_\alpha = [\alpha \cdot (\hat{a} - \underline{a} + \hat{b} - \underline{b}) + \underline{a} + \underline{b}, \quad \overline{a} + \overline{b} - \alpha \cdot (\overline{a} - \hat{a} + \overline{b} - \hat{b})] \quad (20)$$

Завдання

1. Розробити програму для додавання нечітких чисел трикутної форми. Мова програмування на вибір студента.
2. Результати операції додавання представити у вигляді (14), (16), у вигляді α (згідно з (17) і (18)) та графічно (в масштабі).
3. Передбачити можливість розрахунку значення функції належності для кожного із нечітких чисел при будь-якому значенні координати *x*.
4. Перевірити роботу програми на нечітких числах з таблиці 2.

Таблиця 2. Завдання по варіантах для практичної роботи 3

Варіант	$\underset{\sim}{A}_1$	$\underset{\sim}{B}_1$	$\underset{\sim}{A}_2$	$\underset{\sim}{B}_2$
1	[-1, 4, 7]	[4, 7, 8]	[-5, -2, 0]	[-3, 4, 7]
2	[-3, -2, 3]	[2, 4, 6]	[0, 1, 6]	[-2, -2, 4]
3	[-5, 3, 8]	[-1, 3, 7]	[-6, 2, 7]	[4, 5, 8]
4	[7, 8, 9]	[-2, 0, 4]	[3, 3, 5]	[-4, -2, -1]
5	[2, 6, 8]	[-3, 5, 6]	[-2, 4, 8]	[-7, -4, 0]
6	[-3, 5, 10]	[2, 4, 7]	[-1, 7, 8]	[0, 2, 6]
7	[4, 9, 10]	[-6, 2, 5]	[4, 6, 9]	[-8, -5, 3]
8	[-6, -3, -1]	[3, 5, 7]	[-6, 0, 4]	[4, 7, 9]
9	[3, 5, 8]	[-2, -1, 0]	[-6, -4, 2]	[-2, 0, 5]
10	[-3, 7, 9]	[1, 3, 5]	[1, 1, 6]	[-3, -2, 0]

Приклад виконання роботи

При завантаженні програми вікно має вигляд, як показано на рис. 4.

Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть значення $(\underline{a},\ \hat{a},\ \overline{a})$ та $(\underline{b},\ \hat{b},\ \overline{b})$ у поля **“Нечітке число А”** та **“Нечітке число В”**.
2. Натисніть кнопку **“Обрахувати”**. Якщо значення були введені невірно, то про це вас повідомить програма.

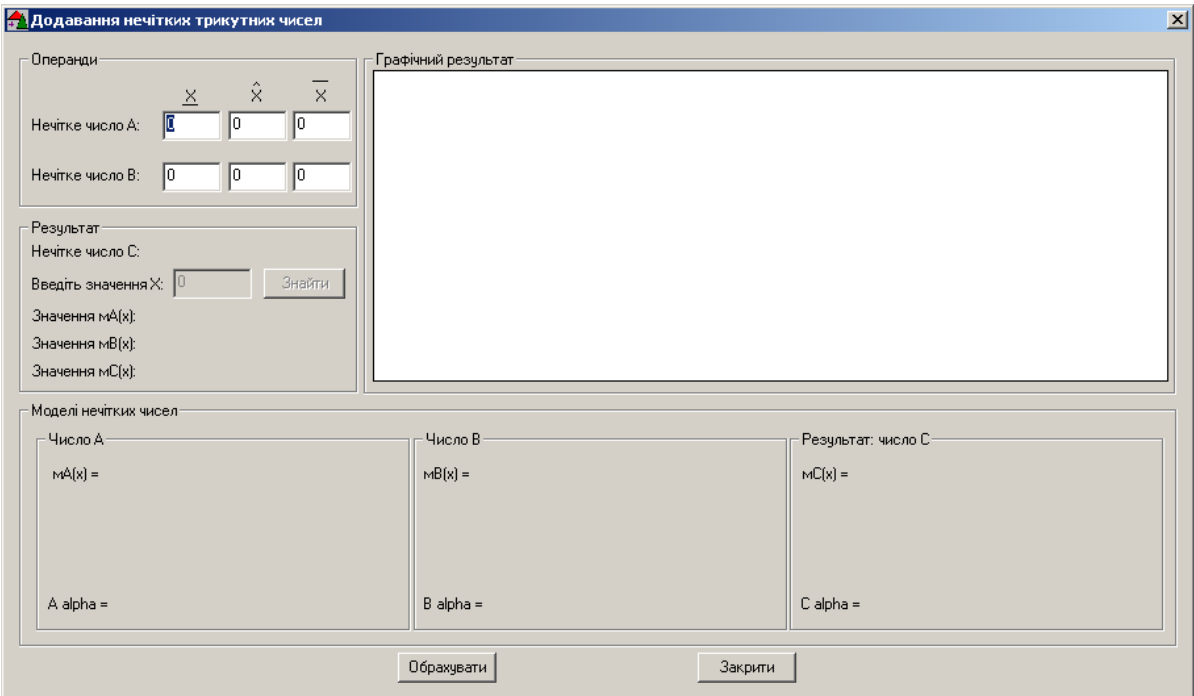


Рис. 4 Інтерфес програми для розрахунку добутку двох нечітких чисел трикутної форми

3. Результат розрахунків буде показано в полі **“Результат”**. Також для всіх трьох чисел буде показано математичний вираз функцій

належності, представлення у вигляді α (рис. 5) і графічне представлення результату (рис. 6).

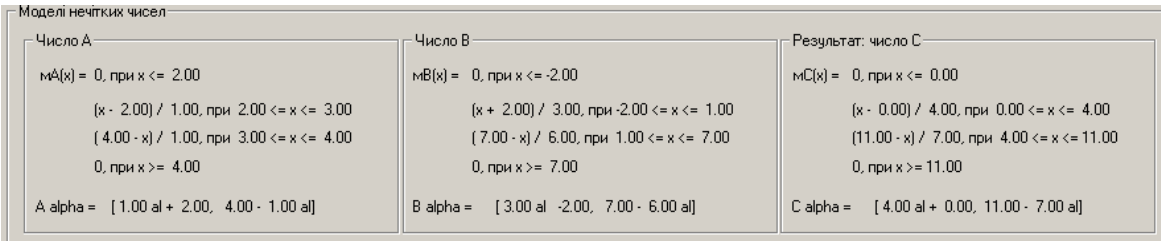


Рис. 5 Математичні вирази функцій належності нечтіких чисел і їх представлення у вигляді α

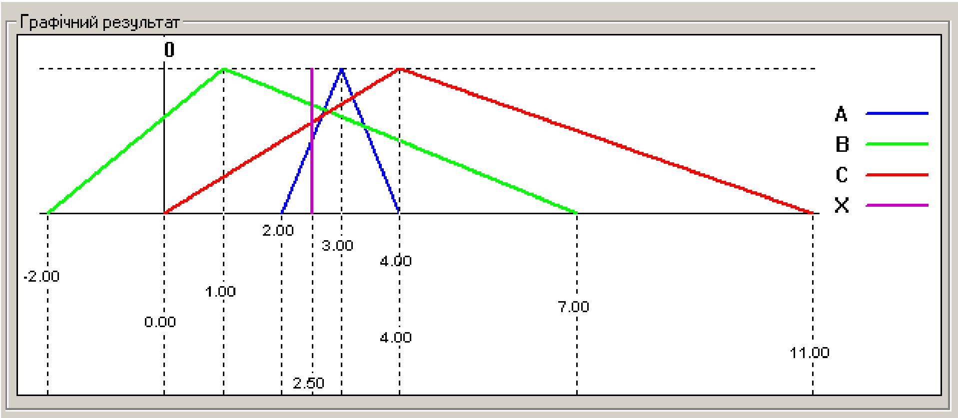


Рис. 6 Графічне представлення результату додавання двох трикутних чисел

4. Для кожного нечіткого числа можна дізнатися значення функції належності що відповідає координаті *x*. Значення *x* необхідно ввести в поле **“Введіть значення X”** і натиснути кнопку **“Знайти”**. Результат буде представлено для кожного нечіткого числа у чисельному вигляді (рис. 7) і графічно (рис. 6 бузковий колір)

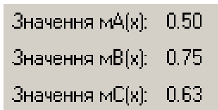


Рис. 7 Розраховані значення функції належності для кожного із нечітких чисел відповідно до введеного значення *x*

Практична робота №4

ВІДНІМАННЯ НЕЧІТКИХ ЧИСЕЛ ТРИКУТНОЇ ФОРМИ

Мета: Створення програмної реалізації бункерування (замовлення портів мають нечіткий характер – задаються випадковими нечіткими числами трикутної форми)

Теоретичні відомості

Теоретичні відомості з приводу нечітких множин і нечітких чисел див. практичну роботу №3.

Віднімання нечітких чисел

Запишемо операцію віднімання нечітких чисел через операцію віднімання інтервалів довіри (оскільки інтервали довіри являють собою перерізи для всіх значень $\alpha \in [0,\ \ 1]$).

$$A_\alpha (-) B_\alpha = [a_1(\alpha) - b_2(\alpha),\quad a_2(\alpha) - b_1(\alpha)], \tag{21}$$

де $A_\alpha = [a_1(\alpha),\quad a_2(\alpha)]$, $B_\alpha = [b_1(\alpha),\quad b_2(\alpha)]$.

Із (21), враховуючи (17) і (18), отримуємо:

$$A_\alpha (-) B_\alpha = [(\alpha \cdot (\hat{a} - \underline{a}) + \underline{a}) - (\overline{b} - \alpha \cdot (\overline{b} - \hat{b})),\quad (\overline{a} - \alpha \cdot (\overline{a} - \hat{a})) - (\alpha \cdot (\hat{b} - \underline{b}) + \underline{b})] \tag{22}$$

В результаті простих математичних операцій маємо:

$$A_\alpha (-) B_\alpha = [\alpha \cdot (\hat{a} - \underline{a} + \overline{b} - \hat{b}) + \underline{a} - \overline{b},\quad \overline{a} - \underline{b} - \alpha \cdot (\overline{a} - \hat{a} + \hat{b} - \underline{b})] \tag{23}$$

Принцип організації бункерування

На початковому етапі на танкері знаходиться визначена кількість палива (чітке число).

Замовлення портів мають нечіткий характер, тому, щоб визначити кількість палива на танкері після обслуговування порту, необхідно від чіткого числа (кількості палива на танкері) відняти нечітке число (замовлення порту). Після цього залишок палива на танкері також є нечітким числом. Танкер може планувати обслуговування портів до того моменту, поки залишок палива на танкері перевищує замовлення порту. Коли ця умова не буде виконуватись, це означатиме виникнення конфліктної ситуації, і планування обслуговування портів необхідно буде припинити. У загальній кількості виконаних замовлень останнє (на якому виникла конфліктна ситуація) не враховується. Процес бункерування проілюстровано на рис. 8.

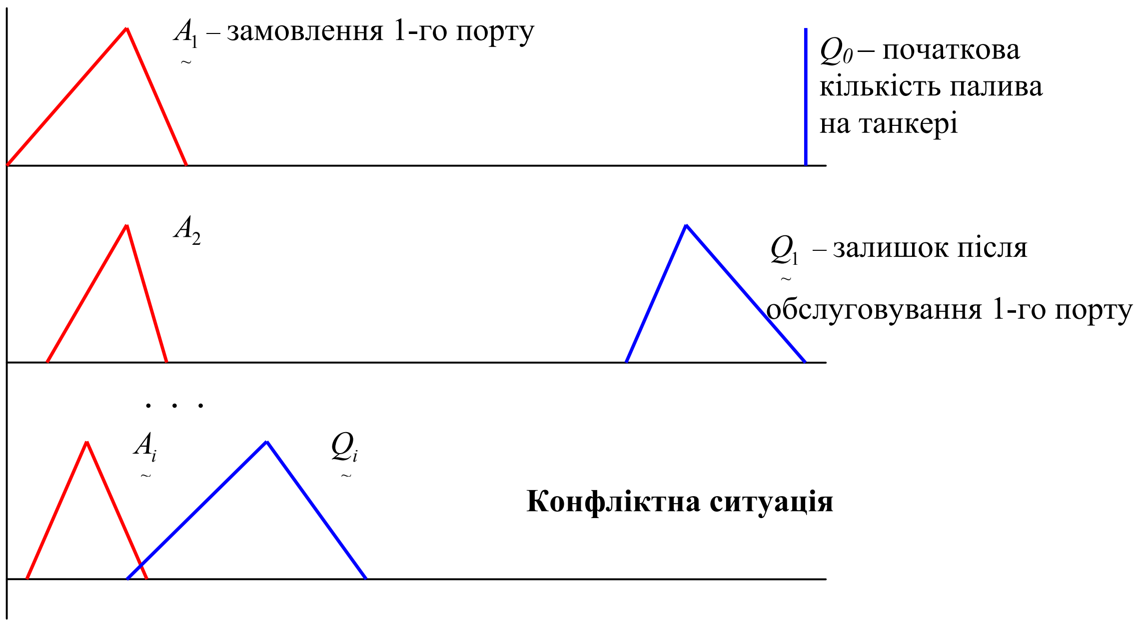


Рис. 8 Ілюстрація процесу бункерування

Завдання

Написати програму для моделювання процесу бункерування суден. Мова програмування на вибір студента. Передбачити можливість введення вантажомісткості танкера користувачем. Замовлення портів визначаються за допомогою генератора випадкових чисел (замовлення порту не може бути меншим за 50 тон і має не перевищувати вантажомісткість танкера).

Практична робота №5

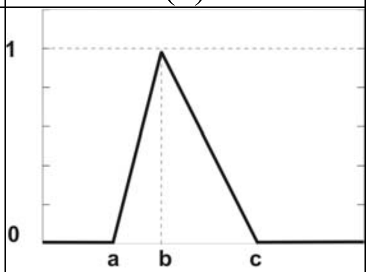
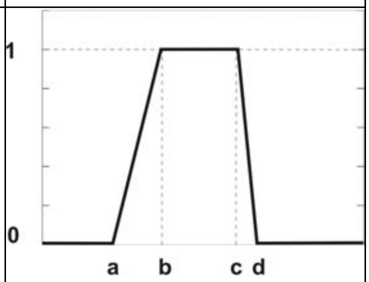
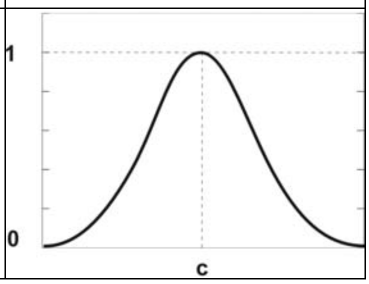
ФУНКЦІЇ НАЛЕЖНОСТІ НЕЧІТКИХ ЧИСЕЛ

Мета: Моделювання нечітких чисел із різними функціями належності і різними параметрами функцій належності

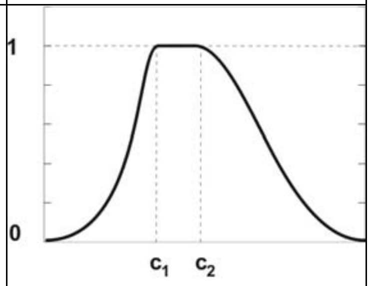
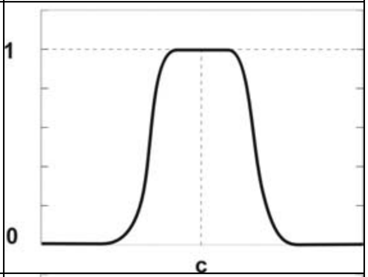
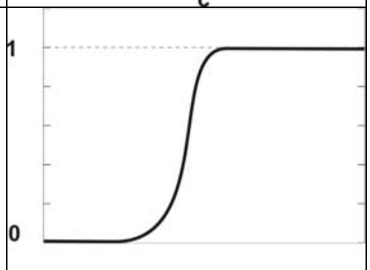
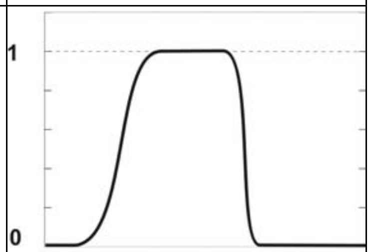
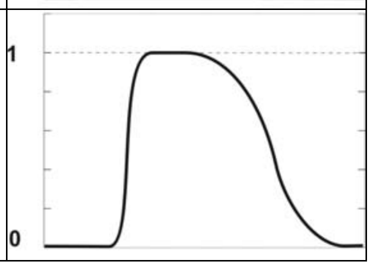
Теоретичні відомості

Функція належності – це функція, яка дозволяє обчислити ступінь належності будь-якого елемента до нечіткої множини. Існує ряд стандартних функцій належності для представлення нечітких чисел, їх перелік наведений в таблиці 3.

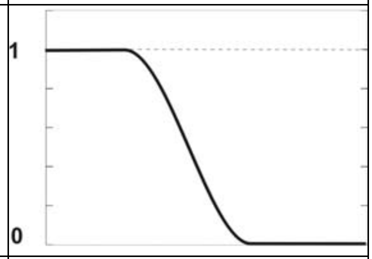
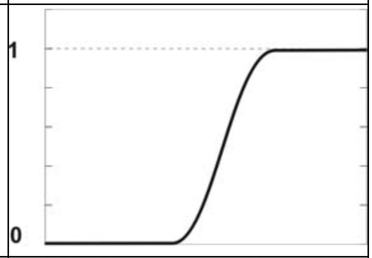
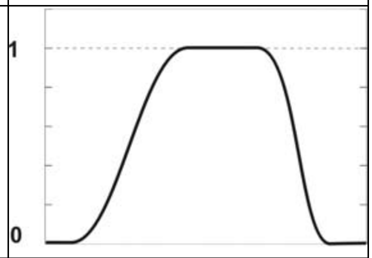
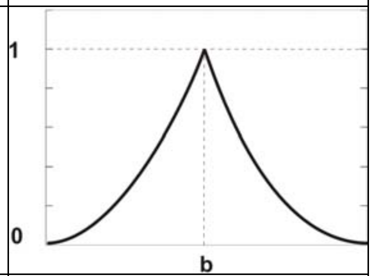
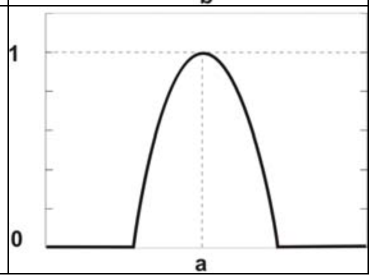
Таблиця 3. Стандартні функції належності нечітких чисел

№ (1)	Опис (2)	Аналітична формула (3)	Вигляд функції належності (4)
1	Трикутна функція належності	$\mu(x)=\begin{cases}0, & \text{при } x\le a \text{ або } x\ge c\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{при } a\le x\le b\\ \dfrac{c-x}{c-b}, & \text{при } b\le x\le c\end{cases}$, де $a\le b\le c$	
2	Трапеціє-видна функція належності	$\mu(x)=\begin{cases}0, & \text{при } x\le a \text{ або } x\ge d\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{при } a\le x\le b\\ 1, & \text{при } b\le x\le c\\ \dfrac{d-x}{d-c}, & \text{при } c\le x\le d\end{cases}$, де $a\le b\le c\le d$	
3	Симетрична гаусівська функція належності	$\mu(x)=e^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}}$	

Продовження таблиці 3

1	2	3	4
4	Двобічна гаусівська функція належності	якщо $c_1 < c_2$, то $\mu(x) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-c_1)^2}{2a_1^2}}, & \text{при } x < c_1 \\ 1, & \text{при } c_1 \le x \le c_2 \\ e^{-\frac{(x-c_2)^2}{2a_2^2}}, & \text{при } x > c_2 \end{cases}$; якщо $c_1 > c_2$, то $\mu(x) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-c_1)^2}{2a_1^2}}, & \text{при } x < c_2 \\ e^{-\frac{(x-c_1)^2}{2a_1^2}} \cdot e^{-\frac{(x-c_2)^2}{2a_2^2}}, & \text{при } c_2 \le x \le c_1 \\ e^{-\frac{(x-c_2)^2}{2a_2^2}}, & \text{при } x > c_1 \end{cases}$	
5	Узагальнена дзвоно-подібна функція належності	$\mu(x) = \frac{1}{1 + \left\lvert \frac{x-c}{a} \right\rvert^{2b}}$, де $a \in (0;\ +\infty);\quad b \in (-\infty;\ +\infty);\quad c \in (-\infty;\ +\infty)$	
6	Сигмоїдна функція належності	$\mu(x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$	
7	Добуток сигмоїдних функцій належності	$\mu(x) = \frac{1}{1 + e^{-a_1(x-c_1)}} \cdot \frac{1}{1 + e^{-a_2(x-c_2)}}$	
8	Різниця між сигмоїдними функціями належності	$\mu(x) = \frac{1}{1 + e^{-a_1(x-c_1)}} - \frac{1}{1 + e^{-a_2(x-c_2)}}$	

Продовження таблиці 3

1	2	3	4
9	Z-подібна функція належності	$\mu(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x \le a \\ \text{нелінійна апроксимація}, & \text{при } a < x < b \\ 0, & \text{при } x \ge b \end{cases}$	
10	S-подібна функція належності	$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \le a \\ \text{нелінійна апроксимація}, & \text{при } a < x < b \\ 1, & \text{при } x \ge b \end{cases}$	
11	π -подібна функція належності	Добуток Z-подібної та S-подібної функцій належності	
12	Лапласівська функція належності	$\mu(x) = e^{-\frac{\lvert x-b \rvert}{d}}$, де $d > 0$	
13	Квадратична функція належності	$\mu(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x-a}{b}\right)^2, & \text{якщо } \left(\frac{x-a}{b}\right)^2 < 1 \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}$	

Завдання

Написати програму, в якій промоделювати (графічно показати) функції належності згідно із варіантом. В програмі передбачити можливість настройки параметрів функцій належності користувачем. Мова програмування на вибір студента.

Таблиця 4. Завдання по варіантах для практичної роботи №5

Варіант	Функції належності (№№ із таблиці 3)
1	1, 4, 5
2	2, 3, 7
3	6, 8, 12
4	1, 3, 13
5	2, 4,12
6	3, 5, 8
7	1, 6, 13
8	4, 5, 7
9	2, 6, 12
10	7, 8, 13

Практична робота №6

ЗГОРТКА НЕЧІТКИХ ЧИСЕЛ

Мета: Створення програмної реалізації для операцій над нечіткими числами різної форми методом максимінної згортки

Теоретичні відомості

Будь-яку нечітку множину можна представити у вигляді:

$$\underset{\sim}{A} = \frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_2)}{x_2} + \ldots + \frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{x_i} + \ldots + \frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_n)}{x_n}, \qquad (24)$$

або у скороченому записі:

$$\underset{\sim}{A} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{x_i} \qquad (25)$$

У виразах (23) та (24) “+” означає не операцію додавання, а операцію об’єднання. Кожний елемент $\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{x_i}$ називається **сінглтоном**.

Будь-яке нечітке число можна представити у вигляді (25). Для цього необхідно обрати кількість кроків k, визначити розмір кроку

$$\Delta x_k = \frac{\overline{x} - \underline{x}}{k}, \qquad (26)$$

і для кожного $x_i = x_{i-1} + \Delta x_k$ за виглядом функції належності знайти значення $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)$.

Операції над нечіткими множинами методом максимінної згортки:

Якщо виконуються умови, що $x, y \subset R^{+}$ і $\underset{\sim}{A}, \underset{\sim}{B} \subset R^{+}$ то будь-яку операцію над нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ у загальному вигляді можна представити так:

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(OP)\underset{\sim}{B}} = \bigvee_{z=x \,\mathrm{OP}\, \mathrm{y}} (\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \wedge \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)) \tag{27}$$

де *OP* – будь-яка операція.

Спираючись на (27) запишемо формули для стандартних операцій:

1. **Додавання нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(+)\underset{\sim}{B}} = \bigvee_{z=x + \mathrm{y}} (\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \wedge \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)) \tag{28}$$

2. **Віднімання нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(-)\underset{\sim}{B}} = \bigvee_{z=x - \mathrm{y}} (\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \wedge \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)) \tag{29}$$

3. **Множення нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(\cdot)\underset{\sim}{B}} = \bigvee_{z=x \cdot \mathrm{y}} (\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \wedge \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)) \tag{30}$$

4. **Ділення нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(:)\underset{\sim}{B}} = \bigvee_{z=x : \mathrm{y}} (\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \wedge \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)) \tag{31}$$

5. **Максимум нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(\vee)\underset{\sim}{B}} = \bigvee_{z=x \vee \mathrm{y}} (\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \wedge \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)) \tag{32}$$

6. **Мінімум нечітких множин**

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(\wedge)\underset{\sim}{B}} = \bigvee_{z=x \wedge \mathrm{y}} (\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \wedge \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)) \tag{33}$$

В теорії нечітких множин розглядають також **мінімаксну згортку**:

$$\mu_{\underset{\sim}{A}(OP)\underset{\sim}{B}} = \bigwedge_{z=x \,\mathrm{OP}\, \mathrm{y}} (\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) \vee \mu_{\underset{\sim}{B}}(y)), \tag{34}$$

де *OP* – будь-яка операція.

Але мінімаксна згортка використовується рідко, оскільки вона може дати в результаті неопуклу і субнормальну множину.

Ілюстрація алгоритму максимінної згортки

Вхідні дані:

Мінімальна кількість кроків = 5;

$\underset{\sim}{A} = (0, \quad 3, \quad 5)$, $\quad \underset{\sim}{B} = (1, \quad 4, \quad 6)$;

операція – додавання.

1. Знаходження кількості та розміру кроків.

Відстань між нижньою та верхньої границями

для числа $\underset{\sim}{A}$: 5 - 0 = 5

для числа $\underset{\sim}{B}$: 6 - 1 = 5

Для отримання розміру кроку найменше з цих двох чисел ділимо на мінімальну кількість кроків, вказану користувачем

розмір кроку = 5 / 5 = 1

Визначаємо кількість кроків (для кожного числа відстань між границями ділимо на розмір кроку)

кількість кроків для числа $\underset{\sim}{A}$: 5 / 1 =5

кількість кроків для числа $\underset{\sim}{B}$: 5 / 1 = 5

2. Створення множин.

Таким чином, кількість елементів у множинах $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ – по 6 елементів.

Кількість елементів множини $\underset{\sim}{C}$ дорівнює добутку розмірностей операндів: $6 \cdot 6 = 36$.

3. Заповнення множин значеннями.

За математичним представленням (16) функції належності трикутного числа знаходимо ступінь належності для кожного значення координати

Множина $\underset{\sim}{A}$	$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)$	0	$\frac{1-0}{3-0} \approx 0.33$	$\frac{2-0}{3-0} \approx 0.67$	1	$\frac{5-4}{5-3} = 0.5$	0
	x_i	0	1	2	3	4	5

Множина $\underset{\sim}{B}$	$\mu_{\underset{\sim}{B}}(y_i)$	0	$\frac{2-1}{4-1} \approx 0.33$	$\frac{3-1}{4-1} \approx 0.67$	1	$\frac{6-5}{6-4} = 0.5$	0
	y_i	1	2	3	4	5	6

Для знаходження елементів множини, що відповідають значенню координати розраховуємо усі можливі суми з координат операндів. Для знаходження елементів множини, що відповідають значенню ступеню належності знаходимо мінімальне значення ступеню належності для відповідних координат операндів.

Множина $\underset{\sim}{C}$	$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_i)$	min(0, 0) = **0**	min(0, 0.33) = **0**	min(0, 0.67) = **0**	min(0, 1) = **0**	min(0, 0.5) = **0**	min(0, 0) = **0**
	z_i	0 + 1 = **1**	0 + 2 = **2**	0 + 3 = **3**	0 + 4 = **4**	0 + 5 = **5**	0 + 6 = **6**

min(0.33, 0) = **0**	min(0.33, 0.33) = **0.33**	min(0.33, 0.67) = **0.33**	min(0.33, 1) = **0.33**	min(0.33, 0.5) = **0.33**	min(0.33, 0) = **0**
1 + 1 = **2**	1 + 2 = **3**	1 + 3 = **4**	1 + 4 = **5**	1 + 5 = **6**	1 + 6 = **7**

min(0.67, 0) = **0**	min(0.67, 0.33) = **0.33**	min(0.67, 0.67) = **0.67**	min(0.67, 1) = **0.67**	min(0.67, 0.5) = **0.5**	min(0.67, 0) = **0**
2 + 1 = **3**	2 + 2 = **4**	2 + 3 = **5**	2 + 4 = **6**	2 + 5 = **7**	2 + 6 = **8**

min(1, 0) = **0**	min(1, 0.33) = **0.33**	min(1, 0.67) = **0.67**	min(1, 1) = **1**	min(1, 0.5) = **0.5**	min(1, 0) = **0**
3 + 1 = **4**	3 + 1 = **5**	3 + 2 = **6**	3 + 3 = **7**	3 + 4 = **8**	3 + 5 = **9**

min(0.5, 0) = **0**	min(0.5, 0.33) = **0.33**	min(0.5, 0.67) = **0.5**	min(0.5, 1) = **0.5**	min(0.5, 0.5) = **0.5**	min(0.5, 0) = **0**
4 + 1 = **5**	4 + 2 = **6**	4 + 3 = **7**	4 + 4 = **8**	4 + 5 = **9**	4 + 6 = **10**

min(0, 0) = **0**	min(0, 0.33) = **0**	min(0, 0.67) = **0**	min(0, 1) = **0**	min(0, 0.5) = **0**	min(0, 0) = **0**
5 + 1 = **6**	5 + 2 = **7**	5 + 3 = **8**	5 + 4 = **9**	5 + 5 = **10**	5 + 6 = **11**

4. Сортування множини C по значенню координати.

Множина $\underset{\sim}{C}$	$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_i)$	**0**	**0**	0	0	**0.3**	0	0	**0.33**	0.33	0	0	0.3	**0.6**	0.3	0
	z_i	**1**	**2**	2	3	**3**	3	4	**4**	4	4	5	5	**5**	5	5

0	0.33	**0.67**	0.67	0.33	0	0	0.	1	0.	0	0	**0.5**	0.5	0	0	**0.**	0	**0**	0	0
6	6	**6**	6	6	6	7	7	**7**	7	7	8	**8**	8	8	9	**9**	9	**10**	10	11

5. Знаходження результуючої множини $\underset{\sim}{C}$

В множині $\underset{\sim}{C}$ для однакових значень координати знаходимо максимальне значення функції належності.

Множина $\underset{\sim}{C}$	$\mu_{\underset{\sim}{C}}(z_i)$	0	0	0.33	0.33	0.67	0.67	1	0.5	0.5	0	0
	z_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Завдання

Написати програму для реалізації описаних операцій методом максимінної згортки над нечіткими числами різної форми (форми нечітких чисел взяти згідно із варіантами для практичної роботи 5). Мова програмування на вибір студента. У програмі графічно представити нечіткі числа – операнди та результат операції.

Приклад виконання роботи (для нечітких чисел трикутної форми)

При завантаженні програми вікно має вигляд, як показано на рис.9.

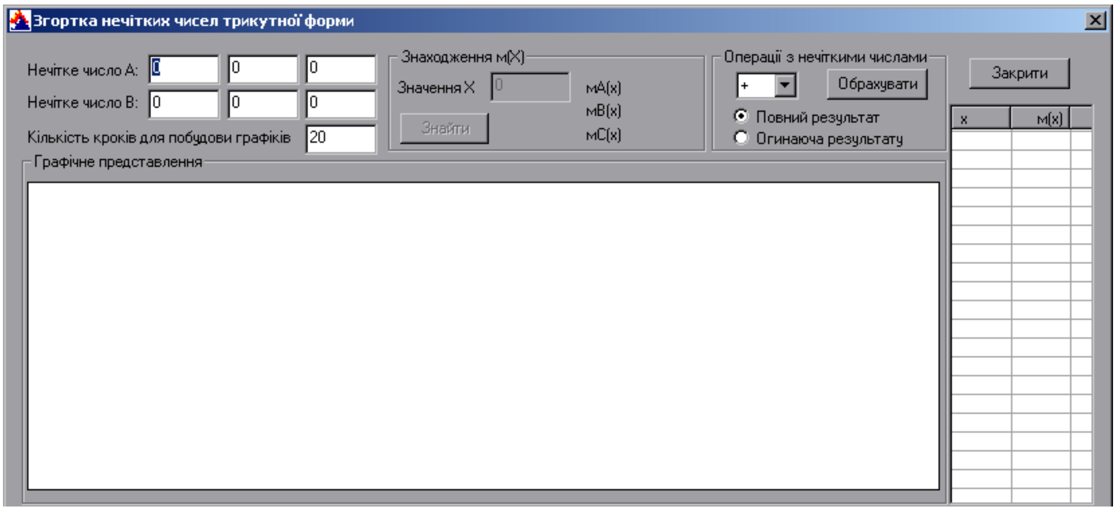


Рис. 9 Інтерфейс програми для виконання максимінної згортки нечітких чисел

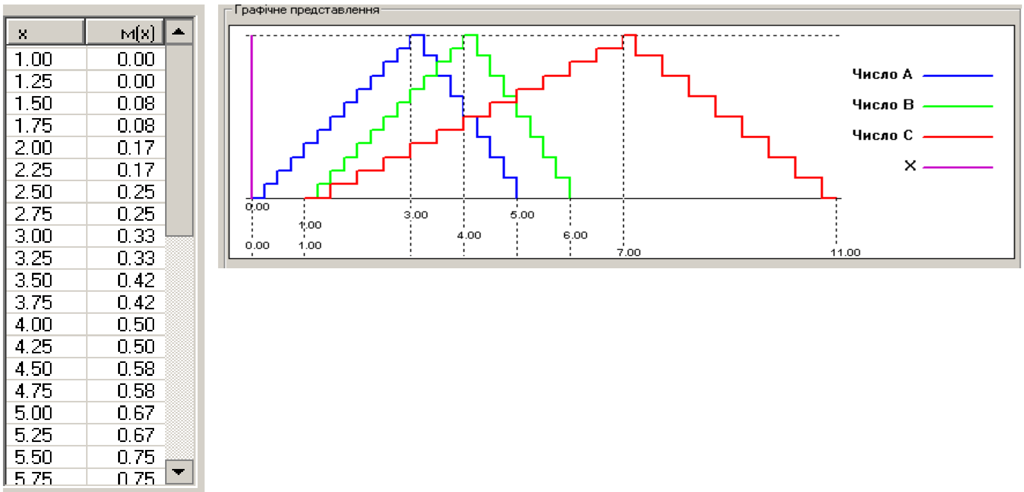
Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть значення ($\underline{a}$, $\hat{a}$, $\overline{a}$) та ($\underline{b}$, $\hat{b}$, $\overline{b}$) у поля **“Нечітке число А”**, “**Нечітке число В”.**

2. Введіть мінімальну кількість кроків для дискретизації нечітких чисел (по замовчанню 20) у поле **“Кількість кроків для побудови графіків”**. Чим більше значення кількості кроків, тим більш гладкими будуть графіки нечітких чисел.

2. Оберіть операцію, яку необхідно виконати над нечіткими числами у випадаючому списку **“Операції з нечіткими числами”** і натисніть кнопку **“Обрахувати”**.

4. Результат виконання операції буде представлено у формі синглтонів і графічно, як показано на рис. 10. Для нечітких чисел можна побудувати огинаючу (це особливо корисно для операцій множення та ділення). Для цього оберіть відповідний перемикач **“Огинаюча результату”,** у цьому випадку графічне представлення матиме вигляд, як на рис. 11.



x	M(x)
1.00	0.00
1.25	0.00
1.50	0.08
1.75	0.08
2.00	0.17
2.25	0.17
2.50	0.25
2.75	0.25
3.00	0.33
3.25	0.33
3.50	0.42
3.75	0.42
4.00	0.50
4.25	0.50
4.50	0.58
4.75	0.58
5.00	0.67
5.25	0.67
5.50	0.75
5.75	0.75

Рис. 10 Числовий та графічний результат виконання операції

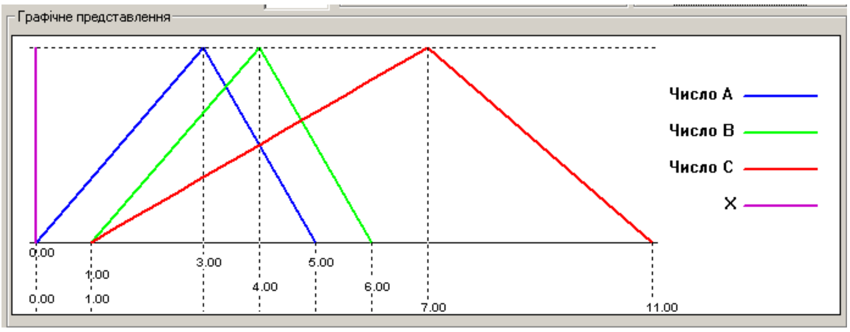


Рис. 11 Графічний результат виконання операції (огинаюча)

Практична робота №7

ВІДСТАНІ МІЖ НЕЧІТКИМИ МНОЖИНАМИ

Мета: Створення програми для розрахунку відстаней між нечіткими числами різної форми

Теоретичні відомості

Лінійна Хемінгова відстань визначається для лінійної оцінки відстані між двома нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ і розраховується таким чином:

$$\rho\left(\underset{\sim}{A}, \quad \underset{\sim}{B}\right)=\sum_{i=1}^{n}\left|\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)-\mu_{\underset{\sim}{B}}(x_i)\right|. \qquad (35)$$

Квадратична Евклідова відстань визначається для квадратичної оцінки відстані між двома нечіткими множинами $\underset{\sim}{A}$ та $\underset{\sim}{B}$ і розраховується таким чином:

$$\varepsilon\left(\underset{\sim}{A}, \quad \underset{\sim}{B}\right)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)-\mu_{\underset{\sim}{B}}(x_i)\right)^2}\ . \qquad (36)$$

Для зведення нечіткого числа до нечіткої множини треба скористатися формулою (26).

Завдання

1. Написати програму для знаходження лінійної Хемінгової та квадратичної Евклідової відстаней між нечіткими числами різної форми (форми нечітких чисел взяти згідно із варіантами для практичної роботи 5). Оберіть $n > 64$. Мова програмування на вибір студента.
2. У програмі графічно показати нечіткі числа та графіки залежностей

$$l(i)\text{, де } l(i) = \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) - \mu_{\underset{\sim}{B}}(x_i); \tag{37}$$

$$Q(i)\text{, де } Q(i) = \left(\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) - \mu_{\underset{\sim}{B}}(x_i)\right)^2; \tag{38}$$

Приклад виконання роботи (для нечітких чисел трикутної форми)

При завантаженні програми вікно має вигляд, як показано на рис.12.

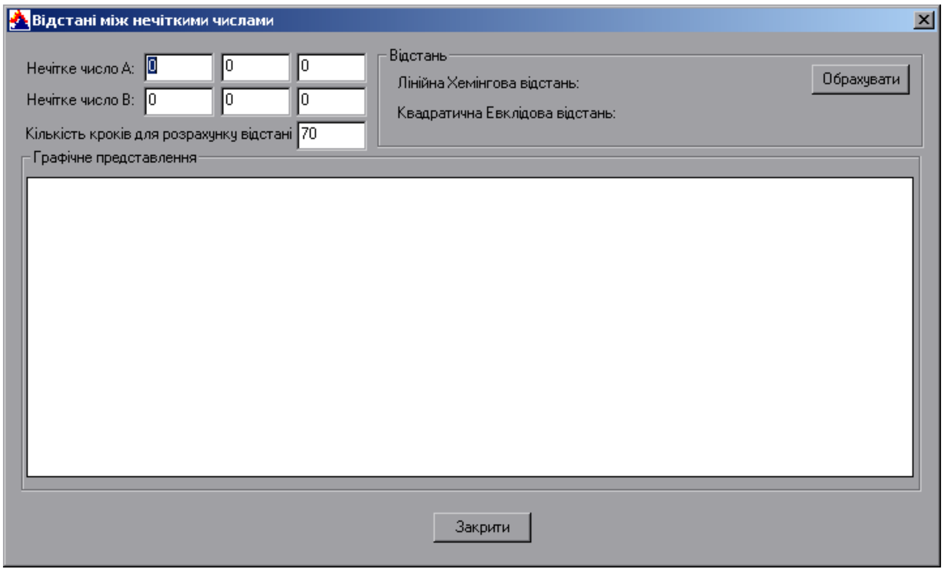


Рис. 12 Інтерфейс програми для розрахунку відстаней між нечіткими числами

Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть значення ($\underline{a}$, $\hat{a}$, $\overline{a}$) та ($\underline{b}$, $\hat{b}$, $\overline{b}$) у поля **"Нечітке число А"**, "**Нечітке число В".**
2. Введіть кількість кроків (по замовчанню 70) у поле **"Кількість кроків для розрахунку відстані"**. Рекомендується брати кількість кроків > 64.
3. Натисніть кнопку **"Обрахувати"**. Розраховані відстані буде представлено у числовій формі. Графічно показані нечіткі числа, відстань між якими розраховувалася та графіки залежностей (37) і (38) (рис. 13).

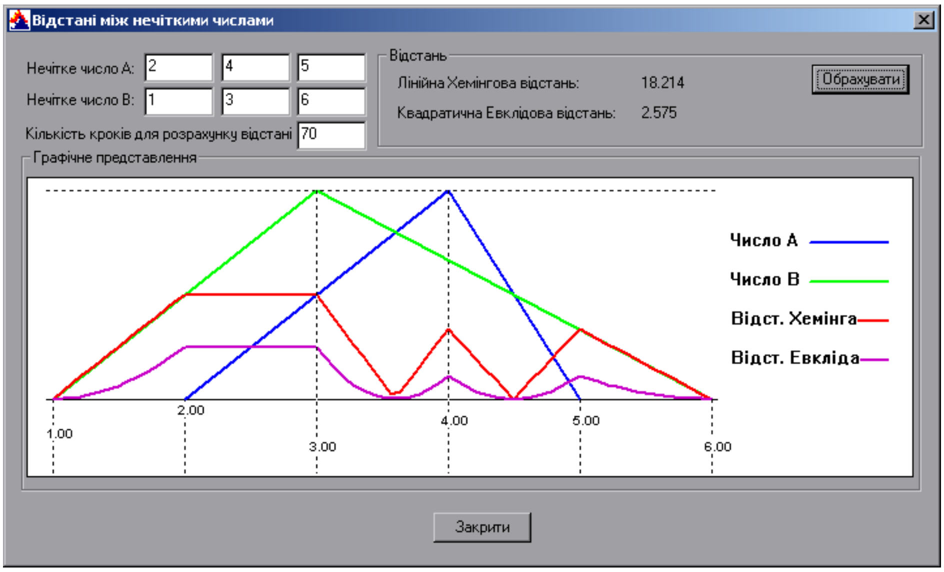


Рис. 13 Розраховані відстані між нечіткими числами та графіки залежностей (37) і (38)

Практична робота №8

ІНДЕКСИ НЕЧІТКОСТІ

Мета: Створення програми для розрахунку індексів нечіткості нечітких чисел різної форми

Теоретичні відомості

Індекси нечіткості призначені для того, щоб з'ясувати, наскільки нечітке число наближується до чіткого.

Визначимо звичайну чітку множину $\underline{A} \subset E$, що є найближчою до нечіткої множини $\underset{\sim}{A} = (a_1, \quad a_2, \quad a_3)$.

Характеристична функція чіткої множини $\underline{A} \subset E$ визначається наступним чином:

$$\mu_{\underline{A}}(x_i) = \begin{cases} 0, \text{ при } \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) < 0{,}5 \\ 1, \text{ при } \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) > 0{,}5 \\ 0 \text{ або } 1, \text{ при } \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i) = 0{,}5 \end{cases} \qquad (39)$$

Як правило, приймають $\mu_{\underline{A}} = 0$, якщо $\mu_{\underset{\sim}{A}} = 0{,}5$.

Лінійний індекс нечіткості визначається за формулою

$$d_l(\underset{\sim}{A}) = \frac{2}{n} \cdot \rho\left(\underset{\sim}{A}, \quad \underline{A}\right), \qquad (40)$$

де $\rho(\underset{\sim}{A}, \quad \underline{A})$ - лінійна Хемінгова відстань, яку розраховують за формулою (35)

Множник $\frac{2}{n}$ забезпечує виконання умови $0 \le d_l(\underset{\sim}{A}) \le 1$.

Квадратичний індекс нечіткості визначається за формулою

$$d_q(\underset{\sim}{A}) = \frac{2}{\sqrt{n}} \cdot \varepsilon\left(\underset{\sim}{A},\quad \underline{A}\right), \tag{41}$$

де $\varepsilon(\underset{\sim}{A},\quad \underline{A})$ - квадратична Евклідова відстань, що розраховується за формулою (36).

Для квадратичного індекса нечіткості також виконується умова $0 \le d_q(\underset{\sim}{A}) \le 1$.

Завдання

1. Написати програму для знаходження лінійного та квадратичного індексів нечіткості нечітких чисел різної форми (форми нечітких чисел взяти згідно із варіантами для практичної роботи 5). Оберіть n > 64. Мова програмування на вибір студента.
2. У програмі графічно показати нечітке число та найближче до нього чітке число

Приклад виконання роботи (для нечітких чисел трикутної форми)

При завантаженні програми вікно має вигляд, як показано на рис.14.

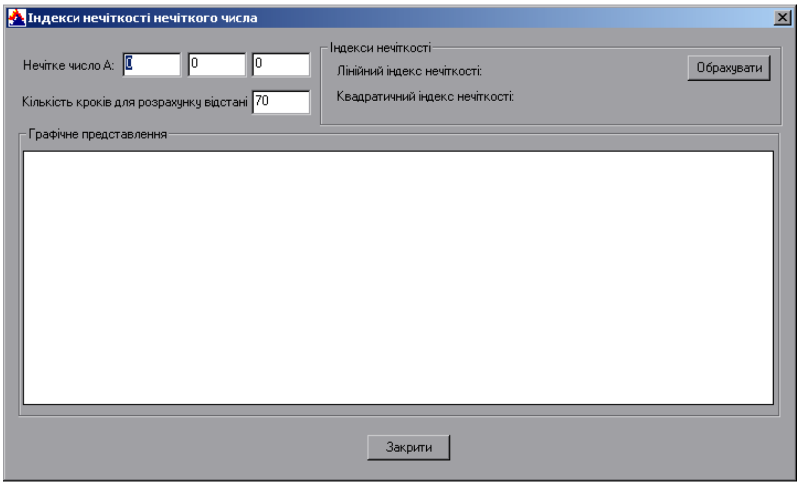


Рис. 14 Інтерфейс програми для розрахунку індексів нечіткості нечітких чисел трикутної форми

Послідовність дій для проведення розрахунків:

4. Введіть значення $(\underline{a},\quad \hat{a},\quad \overline{a})$ у поле **“Нечітке число А”**.
5. Введіть кількість кроків (по замовчанню 70) у поле **“Кількість кроків для розрахунку відстані”**. Рекомендується брати кількість кроків > 64.
6. Натисніть кнопку **“Обрахувати”**. Розраховані індекси нечіткості буде представлено у числовій формі. Графічно показано нечітке число, індекс

нечіткості якого розраховувався, та чітке число, найближче до даного нечіткого, знайдене за формулою (39) (рис. 15).

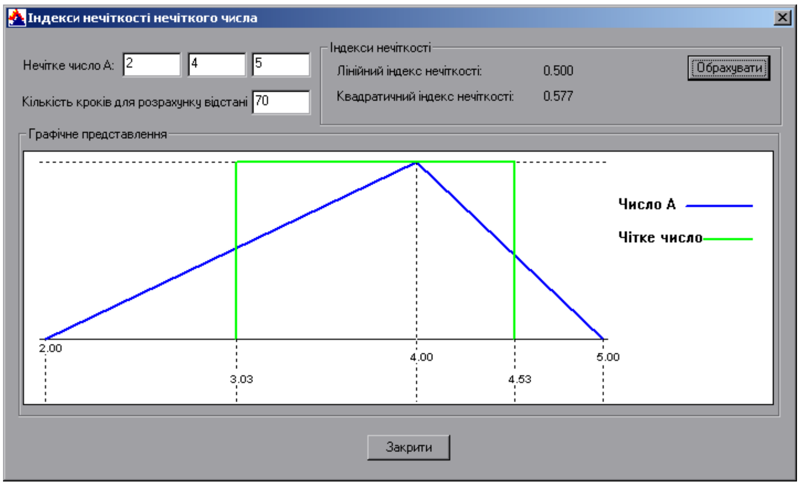


Рис. 15 Розраховані індекси нечіткості нечіткого трикутного числа. Графічне представлення нечіткого та найближчого до нього чіткого чисел

Практична робота №9

ЕНТРОПІЯ ЗА НЕЧІТКІСТЮ

Мета: Створення програми для розрахунку ентропії за нечіткістю нечітких чисел різної форми

Теоретичні відомості

У теорії нечітких множин розрахунок ентропії за нечіткістю застосовується для оцінювання нечітких чисел.

Ентропія за нечіткістю визначається наступним чином:

$$H\left(\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_1),\ \ \pi_{\underset{\sim}{A}}(x_2),\ \ \ldots,\ \ \pi_{\underset{\sim}{A}}(x_n)\right)=\frac{1}{\ln(n)}\sum_{i=1}^{n}\left(\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i)\cdot\ln\left(\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i)\right)\right), \tag{42}$$

де

$$\pi_{\underset{\sim}{A}}(x_i)=\frac{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)}. \tag{43}$$

Завдання

1. Написати програму для знаходження ентропії за нечіткістю нечітких чисел різної форми (форми нечітких чисел взяти згідно із варіантами для практичної роботи 5). Оберіть n > 64. Мова програмування на вибір студента.
2. У програмі графічно показати нечітке число та графіки залежності

$$\pi_{\tilde{A}}(x_i), \text{ де } \pi_{\tilde{A}}(x_i)=\frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\mu_{\tilde{A}}(x_i)}; \qquad (44)$$

$$h(i)\text{, де } h(i)=\pi_{\tilde{A}}(x_i)\cdot\ln(\pi_{\tilde{A}}(x_i)). \qquad (45)$$

Приклад виконання роботи (для нечітких чисел трикутної форми)

При завантаженні програми вікно має вигляд, як показано на рис.16.

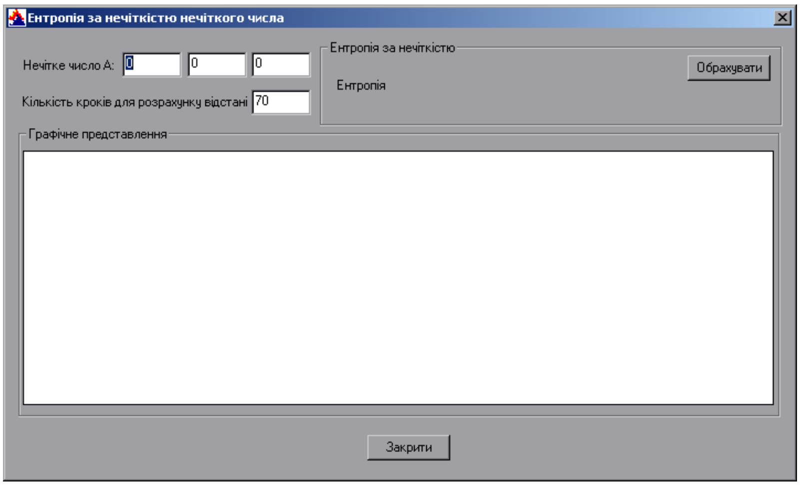


Рис. 16 Інтерфейс програми для розрахунку ентропії за нечіткістю нечітких чисел трикутної форми

Послідовність дій для проведення розрахунків:

1. Введіть значення ($\underline{a}$, $\hat{a}$, $\overline{a}$) у поле **“Нечітке число А”**.
2. Введіть кількість кроків (по замовчанню 70) у поле **“Кількість кроків для розрахунку відстані”**. Рекомендується брати кількість кроків > 64.
3. Натисніть кнопку **“Обрахувати”**. Розраховану ентропію буде представлено у числовій формі. Графічно показано нечітке число, та залежності (44) і (45) (рис. 17).

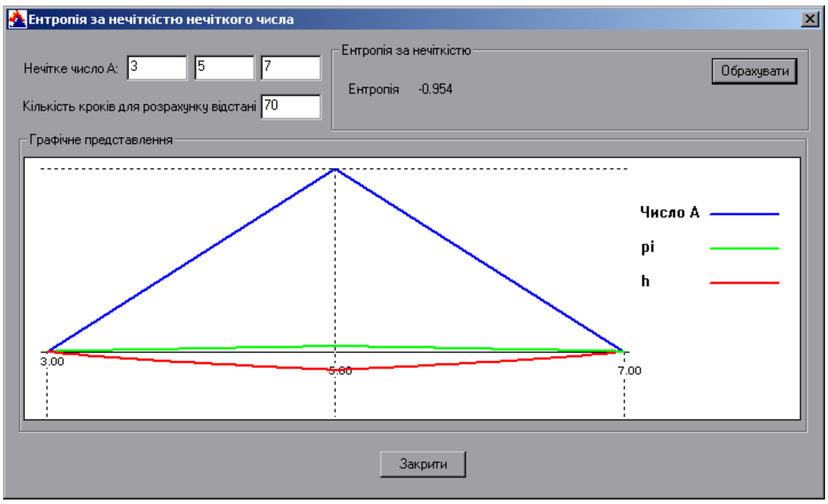


Рис. 17 Розрахована ентропія за нечіткістю нечіткого трикутного числа. Графічне представлення нечіткого числа та залежностей (44) і (45)

Практична робота №10

ЕКСПЕРТНІ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОГО ЛОГІЧНОГО ВИСНОВКУ

Мета: Створення експертної системи на основі нечіткого логічного висновку

Теоретичні відомості

Лінгвістичною змінною називається така змінна, значенням якої є слова та словосполучення деякої природної чи штучної мови.

Терм–множина - множина всіх можливих значень лінгвістичної змінної.

Терм - будь-який елемент терм–множини. Терм задається нечіткою множиною за допомогою функції належності.

Нечіткою базою знань – називається сукупність нечітких правил "Якщо - то", які визначають взаємозв'язок між входами і виходами досліджуваного об'єкта.

Посилка нечіткого правила є твердженням у вигляді "x є великий", де "великий" - це терм, заданий нечіткою множиною на універсальній множині лінгвістичної змінної.

Заключення правила являє собою твердження типу "у є d", в якому значення вихідної змінної (d) може задаватися:

- нечітким термом: "у є значний";
- чіткою функцією від вхідних змінних: "у=5+4*x";
- чіткою константою: "у = 5";
- класом рішень: "у є нежить".

Нечітким логічним висновком називають процес отримання результату у вигляді нечіткої множини для поточних значень входів, використовуючи нечітку базу знань, шляхом застосування операцій над нечіткими множинами.

Системи нечіткого логічного висновку - це системи, які здатні встановлювати складні нелінійні залежності між вхідними та вихідними змінними. Вони використовуються для процесів, які є багатовимірними, нелінійними або змінними протягом часу. Системи нечіткого логічного висновку можна застосувати для роботи з важкоформалізованими та неповністю визначеними системами, оскільки для них не потрібна чітка математична модель.

Система на основі нечіткого логічного висновку має вигляд, як показано на рис. 18.

На вхід системи подається вектор значень вхідних змінних. Значення вхідних змінних можуть мати як чіткий, так і нечіткий характер. Для подальшої роботи з цими значеннями необхідно виконати процес фазифікації.

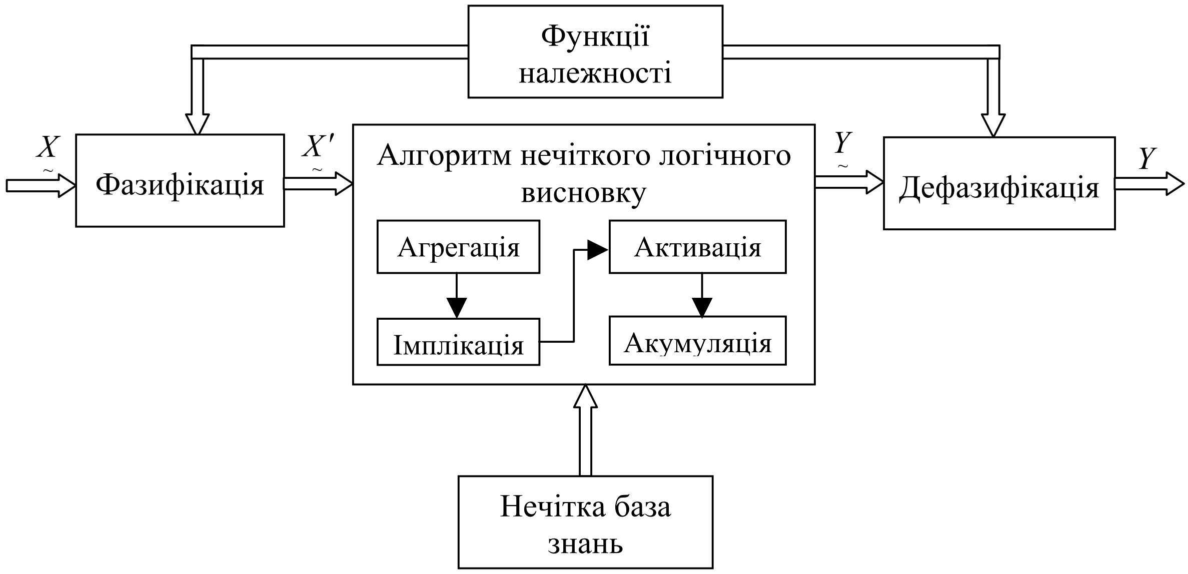


Рис.18 Структура системи на основі нечіткого логічного висновку

Фазифікація – це процес, коли за допомогою функцій належності, визначених для вхідних змінних, визначається їх ступінь відповідності до кожного з лінгвістичних термів лінгвістичної змінної.

Блок нечіткого логічного висновку прогнозує вектор нечітких значень вихідних змінних ($\tilde{Y}$), який відповідає вектору нечітких значень вхідних змінних ($\tilde{X}$); нечіткий логічний висновок виконують у декілька етапів:

- **Агрегація** – це процес, який по часткових висновках дозволяє визначити істинність лінгвістичного правила.
- **Нечітка імплікація** визначає формулу, згідно з якою модифікується терм вихідної змінної, відповідно до агрегованого значення входів правила.
- **Активація** – визначення узагальненого ступеню відповідності вихідного сигналу певному лінгвістичному терму.
- **Акумуляція** – формування результуючої функції належності, що характеризує вихідне значення системи для поточних значень входів.

Дефазифікація – це процес перетворення нечіткої множини на чітке число.

Алгоритм Mamdani (рис. 19) є найбільш поширеною моделлю нечіткого логічного висновку. Функціями належності термів вихідних лінгвістичних змінних є нечіткі числа.

Найчастіше алгоритм Mamdani реалізують за формулою

$$\cdot\, y^* = \mathrm{defuz}\left(\bigcap_{\underline{j=1,m}} \int_{[\underline{y},\overline{y}]} \{\mathbf{min}[\mu_{b_j}(y), \underset{p=1,k_j}{\mathbf{m\underline{ax}}}\,(\underset{i=1,n}{\mathbf{m\underline{in}}}(\mu_{a_i^{jp}}(x_i^*)))]\}/y \right), \tag{46}$$

де defuz – операція дефазифікації нечіткої множини.

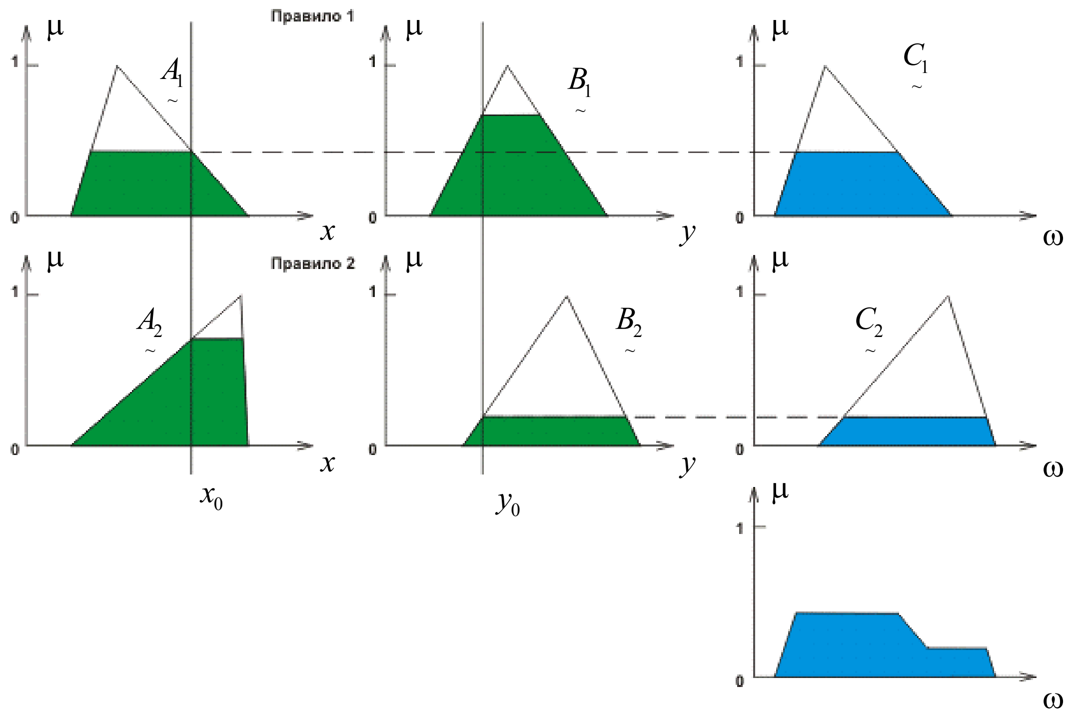


Рис.19 Алгоритм нечіткого логічного висновку Mamdani

Завдання

У середовищі Matlab створити власну експертну систему на основі нечіткого логічного висновку (3 вхідні лінгвістичні змінні, 1 вихідна лінгвістична змінна).

Приклад виконання роботи

Для визначення рівня конкурсу при вступі до ВНЗ аналізують час існування навчального закладу, витрати на рекламу адміністрацією ВНЗ, та кількість випускників шкіл. Необхідно розробити систему нечіткого логічного висновку Mamdani-типу для визначення рівня конкурсу при вступі до ВНЗ. Діапазон можливого часу існування навчального закладу від 0 до 60 років. Витрати на рекламу - від 0 до 5000 грн. Кількість випускників шкіл - від 2000 до 15000 чол. При визначенні рівня конкурсу ці величини задаються спеціалістами-експертами на основі відомої їм інофрмації.

Етап 1 Координати системи нечіткого логічного висновку

Вхідні:

1. Час існування навчального закладу.
2. Витрати на рекламу адміністрацією ВНЗ.
3. Кількість випускників.

Вихідні:

1. Конкурс на вступ до ВНЗ.

Етап 2 Лінгвістичні змінні

Вхідні координати:

1. Час існування навчального закладу (*Exists*):
   Діапазон зміни: [0 60]
   Число термів: 3 (“невеликий” (L), “середній” (M), “тривалий” (H))
   Форма функцій належності: Трикутна
2. Витрати на рекламу адміністрацією ВНЗ (*Reklama*):
   Діапазон зміни: [0 5000]
   Число термів: 3 (“низькі” (L), “середні” (M), “високі” (H))
   Форма функцій належності: Трикутна
3. Кількість випускників (*Vipusk*):
   Діапазон зміни: [2000 15000]
   Число термів: 3 (“низька” (L), “середня” (M), “висока” (H))
   Форма функцій належності: Трикутна

Вихідна координата:

Конкурс на вступ до ВНЗ (*Konkurs*):
Діапазон зміни: [0 20]
Число термів: 5 (“низький” (L), “нижче середнього” (LM), “середній” (M), “вище середнього” (HM), “високий” (H))
Форма функцій належності: Трикутна

Етап 3 База правил

Таблиця 5 База правил

Час існування	Рекламні витрати	Кількість випукників	Конкурс
короткий	низькі	низька	низький
короткий	низькі	середня	низький
короткий	низькі	висока	нижче середнього
короткий	середні	низька	низький
короткий	середні	середня	нижче середнього
короткий	середні	висока	середній
короткий	високі	низька	нижче середнього
короткий	високі	середня	середній
короткий	високі	висока	середній
середній	низькі	низька	нижче середнього
середній	низькі	середня	середній
середній	низькі	висока	середній
середній	середні	низька	середній
середній	середні	середня	середній
середній	середні	висока	вище середнього
середній	високі	низька	середній
середній	високі	середня	вище середнього
середній	високі	висока	високий

Продовження таблиці 5

Час існування	Рекламні витрати	Кількість випукників	Конкурс
тривалий	низькі	низька	нижче середнього
тривалий	низькі	середня	середній
тривалий	низькі	висока	середній
тривалий	середні	низька	середній
тривалий	середні	середня	вище середнього
тривалий	середні	висока	вище середнього
тривалий	високі	низька	вище середнього
тривалий	високі	середня	високий
тривалий	високі	висока	високий

Етап 3 Створення експертної системи у середовищі MatLab

1. Запустимо MatLab.
2. Командою **fuzzy** з командного вікна відкриємо редактор нечітких систем.
3. Командою меню **Edit\Add_Input** додамо другу вхідну координату.
4. Змінимо імена координат, що були присвоєні автоматично, введенням нових імен в полі **Name** поточного вікна, почергово вибираючи вхідні і вихідну координати (рис. 20).

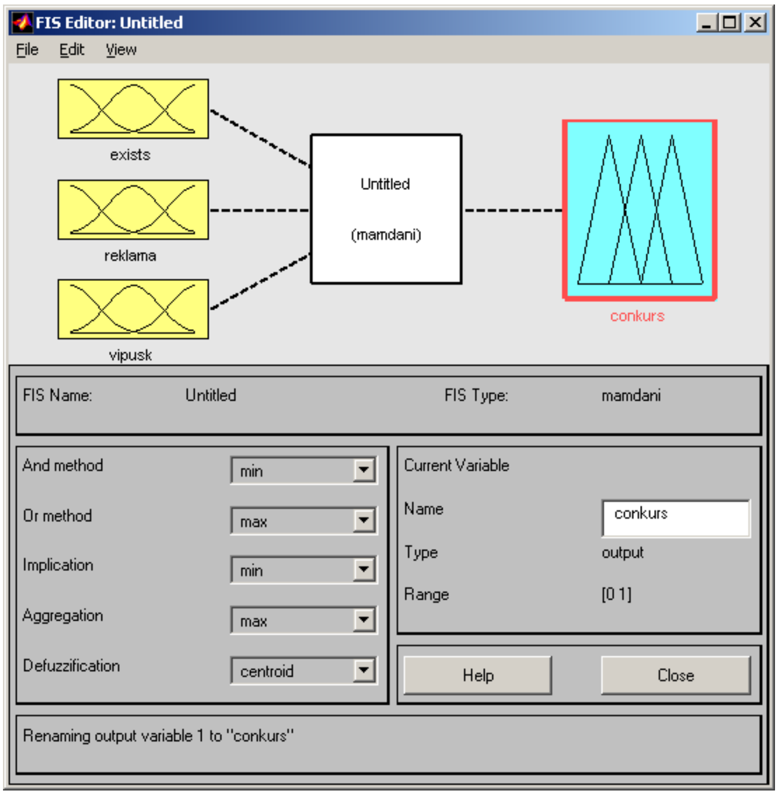


Рис.20 Вхідні та вихідні змінні експертної системи на основі нечіткого логічного висновку в середовищі Matlab

5. Командою меню **View\Edit_Membership_functions** перейдемо до вікна редагування функцій належності лінгвістичних змінних.

6. Виділимо за допомогою миші першу вхідну координату *Exists*.
7. Встановимо необхідне значення діапазону її зміни у полі **Range** поточного вікна.
8. Командою меню **Edit\Add_mfs** задамо число лінгвістичних термів (3) для координати *Exists* та форму їх функцій належності (trimf – трикутна).
9. Почергово вибираючи графіки функцій належності дати імена (в полі **Name**), що відносяться до відповідних термів:

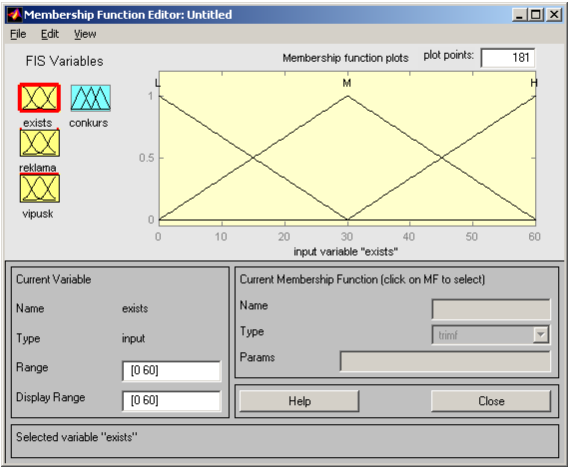


Рис. 21 Терми лінгвістичної змінної “Час існування навчального закладу”

10. Виконаємо пп. 6 – 9 для координат *Reklama*, *Vipusk* і *Konkurs*.
11. Закрити вікно редагування функцій належності.
12. Перейти до вікна редактора правил командою меню View\Edit_Rules.

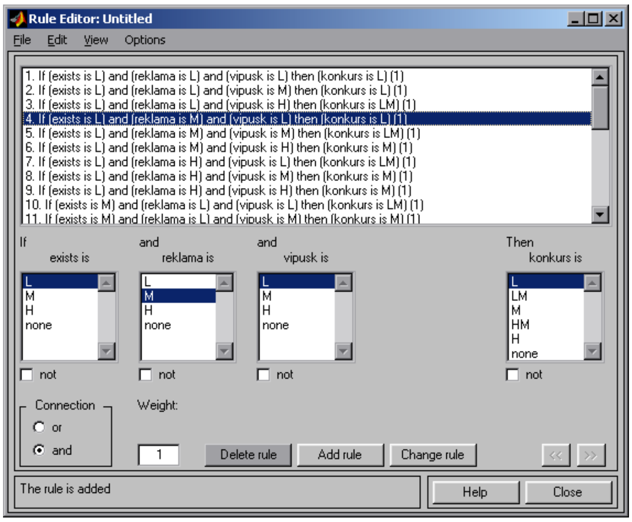


Рис. 22 Створення бази правил в MatLab

13. Введемо базу правил, почергово створюючи кожне правило в області *формування правила* використовуючи конструкцію
`if Exists is (L, M, H) and Rekslama is (L,M,H) and Vipusk is (L,M,H) then Konkurs is (L, LM, M, HM, H)`
та вводячи його в *базу правил* за допомогою кнопки **Add_rule**.
14. Закриємо вікно редактора правил.

15. Командою меню File\Save_to_workspace_as помістимо створену нечітку експертну систему робоче середовище MatLab під вибраним ідентифікатором (наприклад ES51).
16. Закриємо вікно редактора нечітких систем.

Етап 5 Перегляд результатів роботи

В командному вікні виведемо на екран структуру системи, викликаючи її ідентифікатор ES51. Визначимо необхідне значення тиражу для декількох варіантів вхідних даних використовуючи стандартну функцію *evalfis* з синтаксисом:

evalfis (*Вектор_Вхідних_Значень, Ідентифікатор_Нечіткої_Системи*)

наприклад:

evalfis ([3 1000 5000], *ES51*)

або

A = [10 3000 10000];

evalfis (A, *ES51*)

Результатом цієї функції є значення вихідної координати системи нечіткого логічного висновку для конкретного значення вектора вхідних координат.

Продивитись процедуру розрахунку результату детально можна за допомогою пункта меню **View\View Rules…** (рис. 23)

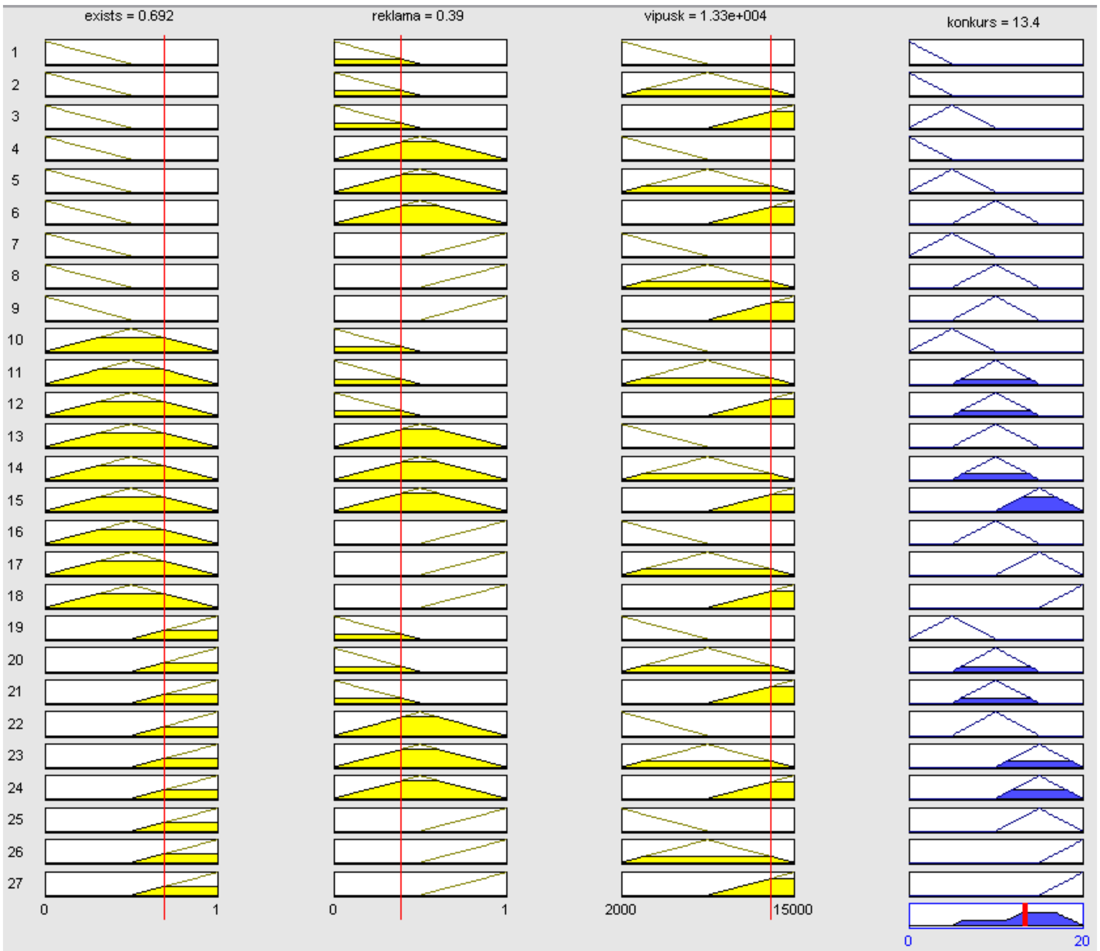


Рис. 23 Процес розрахунку результату в деталях

Етап 6 Графіки залежностей вихідної змінної від входів

За допомогою пункта меню **View\View Surface…** побудуємо характеристичні поверхні експертної системи для прийняття рішень на основі нечіткого логічного висновку (рис. 24 - 26):

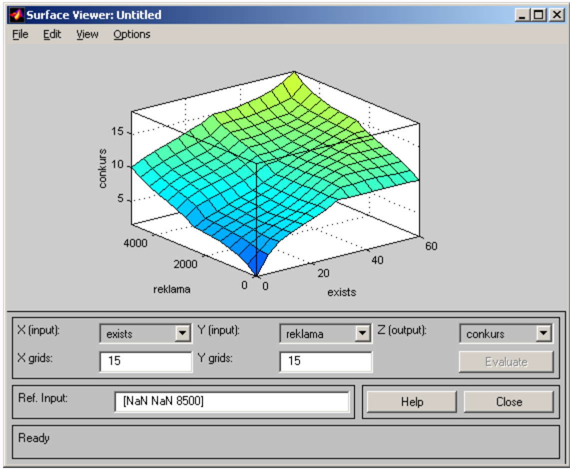


Рис. 24 Залежність конкурсу на вступ до ВНЗ від витрат на рекламу і часу існування ВНЗ

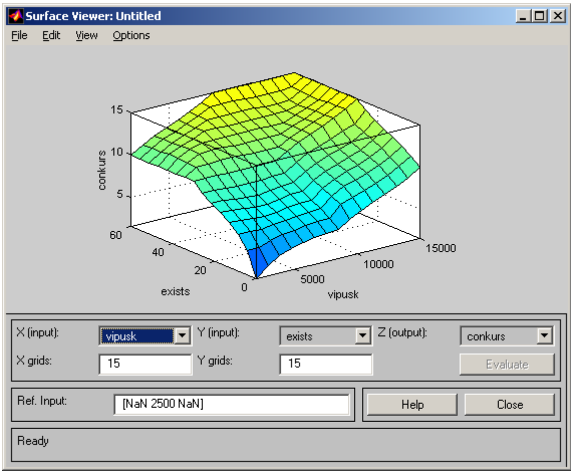


Рис. 25 Залежність конкурсу на вступ до ВНЗ від кількості випускників і часу існування ВНЗ

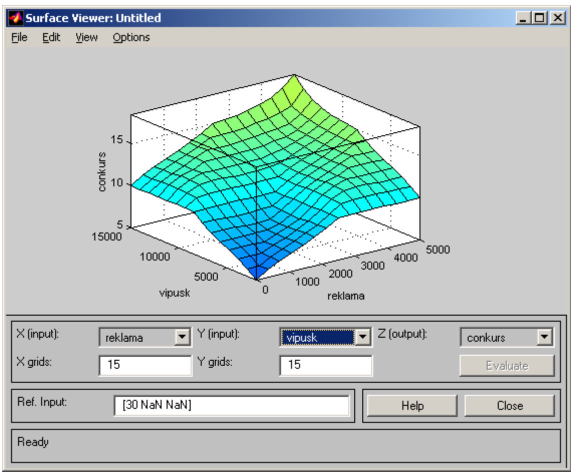


Рис. 26 Залежність конкурсу на вступ до ВНЗ від витрат на рекламу та кількості випускників

Практична робота №11

МЕТОДИ ВИКОНАННЯ ЕТАПІВ НЕЧІТКОГО ЛОГІЧНОГО ВИСНОВКУ

Мета: Дослідження різних методів виконання етапів агрегації, імплікації, активації і акумуляції

Теоретичні відомості

Визначення етапів нечіткого логічного висновку дивись у практичній роботі №10.

Для етапів нечіткого логічного висновку існують різні методи виконання.

Для етапу **агрегації** найчастіше використовують методи:

- Мінімум: $$agg = \bigwedge_{i=1}^{n} a_i; \qquad (47)$$

- Добуток: $$agg = \prod_{i=1}^{n} a_i; \qquad (48)$$

де agg – результат виконання агрегації по окремому правилу;

a_i – ступені належності вхідних значень термам, що входять до правила;

n – кількість термів, що входять до правила.

Для етапу **імплікації** найчастіше використовують методи:

- Мінімум: $$\mu'(y_i) = agg \wedge \mu(y_i); \qquad (49)$$

- Добуток: $$\mu'(y_i) = agg \cdot \mu(y_i); \qquad (50)$$

де y – вихідна координата для лінгвістичної змінної $\underset{\sim}{Y}$;

$\mu(y_i)$ – ступінь належності, розрахований із функції належності терма вихідної змінної;

$\mu'(y_i)$ – результуюча (по окремому правилу) функція належності для терма вихідної змінної, відповідно до агрегованого значення входів.

Для етапів **активації** і **акумуляції** найчастіше використовують методи:

- Максимум: $$\mu'_{\underset{\sim}{Y}}(y_i) = \bigvee_{j=1}^{m} \mu'_j(y_i); \qquad (51)$$

- Сума: $$\mu'_{\underset{\sim}{Y}}(y_i) = 1 \wedge \sum_{j=1}^{m} \mu'_j(y_i); \qquad (52)$$

- Ймовірнісне “або: $$res_j(y_i) = res_{j-1}(y_i) + \mu'_{j+1}(y_i) - res_{j-1}(y_i) \cdot \mu'_{j+1}(y_i), \qquad (53)$$

при $res_1(y_i) = \mu'_1(y_i) + \mu'_2(y_i) - \mu'_1(y_i) \cdot \mu'_2(y_i)$, $res_{m-1}(y_i) \equiv \mu'_{\underset{\sim}{Y}}(y_i)$, $j \in [1, \quad m-1]$.

де $\mu'_{\tilde{Y}}(y_i)$ – результуюча функція належності після виконання етапів активації і акумуляції;

$\mu'_j(y_i)$ – результуюча функція належності терма вихідної змінної для j-го правила;

m – кількість правил.

У пакеті Matlab існує можливість настройки цих етапів нечіткого логічного висновку, але через неспівпадіння у термінології ці етапи мають інші назви див. рис. 27:

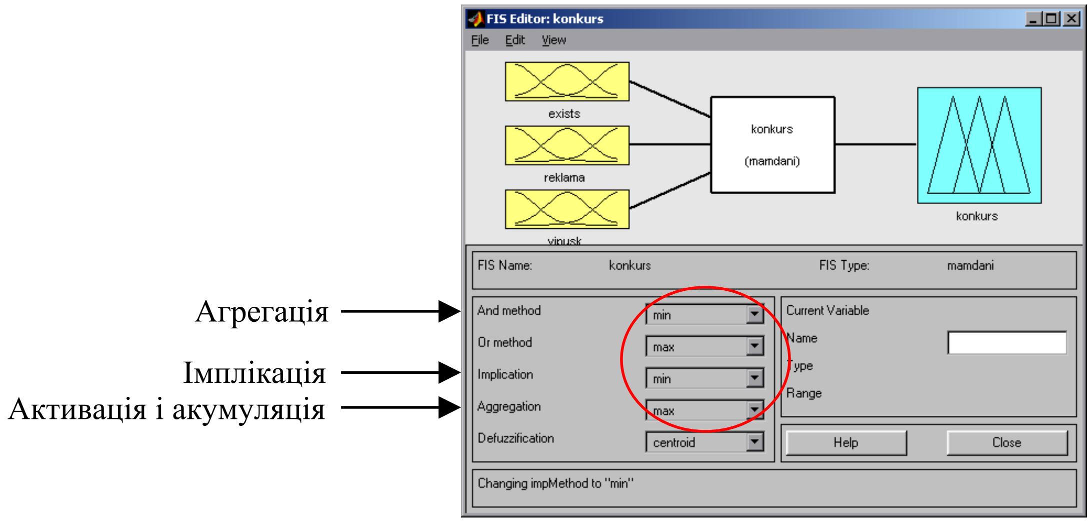


Рис. 27 Настройки етапів нечіткого логічного висновку

Завдання

На прикладі власної експертної системи (створеної у практичній роботі №10) дослідити різні методи виконання етапів нечіткого логічного висновку.

Практична робота №12

МЕТОДИ ВИКОНАННЯ ДЕФАЗИФІКАЦІЇ

Мета: Дослідження різних методів виконання дефазифікації

Теоретичні відомості

Визначення етапу дефазифікації дивись у практичній роботі №10.

Найпоширенішими методами дефазифікації є:

- за методом лівого (рис. 28 а), середнього (рис. 28 б) і правого (рис. 28 в) із максимумів;

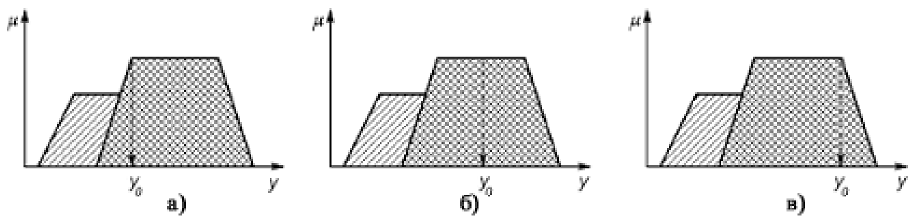


Рис. 28 Дефазифікація шляхом обрання одного із максимумів

- за центром ваги:

$$y_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \cdot \mu'_{\underset{\sim}{Y}}(y_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu'_{\underset{\sim}{Y}}(y_i)}, \tag{54}$$

де $\mu'_{\underset{\sim}{Y}}(y_i)$ – результуюча функція належності для вихідної змінної;

y_0 – чітке значення, отримане в результаті дефазифікації.

- за медіаною: значення абсциси вертикальної лінії, що ділить результуючу функцію на дві рівновеликі за площиною фігури (метод бісектора).

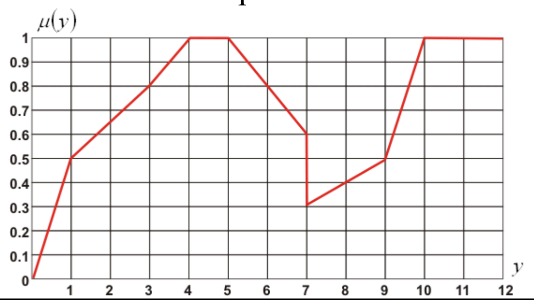
Завдання

Написати програму для реалізації різних методів дефазифікації заданої користувачем нечіткої множини. Мова програмування на вибір студента. Протестувати роботу програми на нечіткій множині згідно із варіантами, наведеними в таблиці 6.

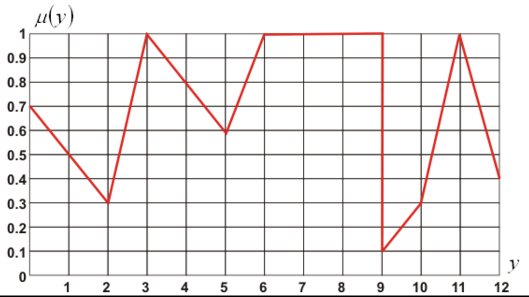
Таблиця 6. Завдання по варіантах для практичної роботи №12

Варіант 1

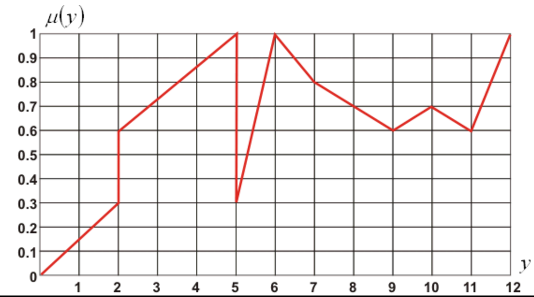
Варіант 2



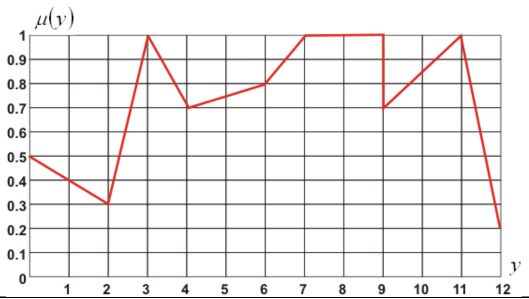
Варіант 3



Варіант 4



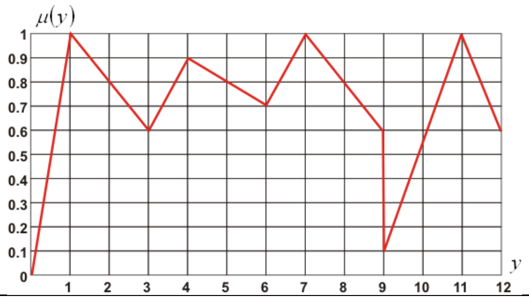
Варіант 5



Варіант 6

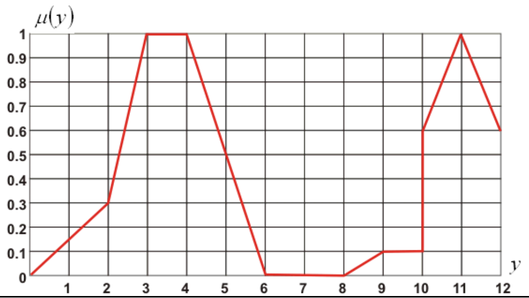
Продовження таблиці 6

Варіант 7

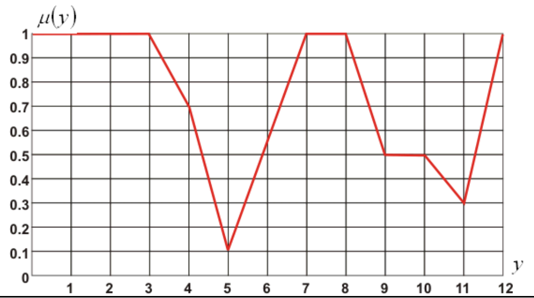


Варіант 8

Варіант 9



Варіант 10



Рекомендована література

1. Герасимов Б.М., Грабовский и др. Нечеткие множества в задачах проектирования, управления и обработки информации. – Киев: Техника, 2002.

2. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. – Київ: ІПОЛ, 2000. – 688с.

3. Кофман А., Алуха Х. Хил. Введение теории нечетких множеств в управление предприятием. – Минск: Высшая школа, 1992. – 224с.

4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. Под ред. Д.А. Поспелова – Москва: Наука, 1986. – 312с.

5. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации. – Винница, 1999. – 320с.

6. Ротштейн А.П., Штовба С.Д. Проекування нечітких баз знань: лабораторний практикум і курсове проектування. Навчальний посібник. - Вінниця: Вінницький державний технічний університет, 1999.- 65с.